

Benedykt Bornstein

1947, 1948

I.

Geom. anal. Desc. a geom. filozof.

Logika dialektyczna, a log. matem.

O realności przedm. ogólnych
(drukow. w 1949 roku)

rękopisy:

1) [4] Geometria analityczna Descartes'a a geometria filozoficzna 1947

2) [5] Logika dialektyczna a logika matematyczna 1947

3) [7] O realności przedmiotów ogólnych 1948

(122 str)
" Étapes," Leibniz ne manquera guère l'occasion de rappeler qu'en déclarant impossible la rectification d'une courbe, Descartes „ s'est trompé par une très grande présomption .... méprisant les forces de toute la postérité par les siennes" (Lettre à Philippi de janvier 1680 — Gerh. Phil. Schr. IV, 285).

373/ Elle [l'invention de génie due à Georges Boole] consiste avant tout dans l'introduction de deux constantes logiques par rapports auxquelles s'organise le système des relations logiques, de même que le système des relations géométriques s'organise par rapport aux coordonnées choisies."

378. Boole: „ Il n'est pas de l'essence de la mathématique de s'occuper des idées de nombre et de quantité". („An investigation of the Laws of the thought"... p. 12)

Brunschvicg. Les étapes de la phil. mathématique, str. 69.

" Tour à tour, Platon tire de la mathématique une philosophie et il fonde la mathématique sur une philosophie"

Ut lingua philosophica exprimi possit per numeros seu Arithmeticam, ita scriptura ....

Geometrja analityczna Descartesa a geometrja filozoficzna

I. Scientia mirabilis

Pamiętamy wszyscy owe sławne, a tak zastanawiające słowa Descartesa, zanotowane w jego „Olympica": „X Novembris 1619, cum plenus forem Enthusiasmo et mirabilis scientiae fundamenta reperirem". Na czem polegać mógł ten zadziwiający, ten cudowny charakter owej nauki, poczętej w takiem podniesieniu ducha? Nie mogła to być, oczywiście, jakaś nauka (nauka dotycząca jednej tylko, dziedziny poszczególnej) ~~mieszcząca się w rzędzie innych~~; musiała to być jakaś nauka wyższa od innych, a wyższość tę zawdzięczać miała swej (właśnie) uniwersalności. Przenikająca wszystkie dziedziny bytu, jednocząc w sobie wszystkie nauki, miała ona być tem samem i metodą uniwersalną, której zastosowanie ~~[illegible]~~ do najrozmaitszych dziedzin miało zapewnić trwałe podstawy i ~~pewny~~ (niewątpliwy) rozwój naukom poszczególnym dotyczącym tych dziedzin. Zaiste — scientia mirabilis! Jeżeli teraz zapytamy, jak sobie Descartes wyobrażał treść tej nauki uniwersalnej, to biorąc pod uwagę ~~zarówno~~ że był on (w tych czasach całkowicie) ~~[illegible]~~ pochłonięty sprawami matematyki (której wartość cenił wyjątkowo), że za przykładem starożytnych starał się stosować geometrję do rozwiązywania problemów algebraicznych i wiązać w ten sposób naukę o wielkościach przestrzennych z nauką o (nieprzestrzennych) stosunkach liczbowych, przyjść musimy do wniosku, że

cudowna nauka uniwersalna musiała być, w pojęciu Descartesa, nauką matematyczną,

~~nauką~~ przytem nie jednostronną, a więc nie ~~tylko~~ samą algebrą ~~lub~~ i nie ~~tylko~~ samą tylko geometrją,

lecz nauką o dwóch obliczach, ich połączeniem, ~~i w tem się właśnie miała jej uniwersalność~~

~~wyrażać~~ — jednem ~~jednym~~ czysto ~~pojęciowem~~ rozumowem, abstrakcyjnem, ~~drugiem~~ o charakterze ~~wyobrażeniowem~~ naocznem,

~~która połączy wszystkie owe dotąd~~ ~~tej nauki — zwanej później geometrją analityczną —~~

I ~~ta~~ jej ~~jej~~ dwustronność, zawiązana ~~właśnie~~ owej planowanej nauki, — późniejszej geometrji analitycznej — miała gwarantować jej uniwersalność.

Albowiem z jednej strony stosunki ilościowe algebry dzięki pośrednictwu geometrji znajdowały dostęp do świata rozciągłości, stanowiącego według Descartesa istotę świata fizycznego, i pozwalały na zracjonalizowanie tego świata, na zdobycie o nim wiedzy doskonałej, jasnej i wyraźnej, — z drugiej zaś strony można było iść w kierunku odwrotnym i, wychodząc z dziedziny ~~materjalnej~~ fizycznej, podległej zmysłom i wyobraźni, starać się przy pomocy jej racjonalnych, czysto rozumowych, odpowiedników sięgnąć do świata duchowego, „olimpijskiego". W ten sposób ~~geometrja analityczna~~ ta zadziwiająca nauka wykazałaby całą swą uniwersalność, byłaby ~~Klamrą~~ klamrą ~~zasklepiającą~~, spajającą świat materji, świat ~~materji~~ naoczności ze światem myśli i ducha, ~~I tem tą drogą wzwyż~~ byłaby prawdziwą mathesis universalis.

~~Ten~~ I ta druga droga, droga „wzwyż" w ~~tych~~ owych czasach młodzieńczych Descartesa, o których nam mówią jego „Olympica", nie mniej ~~pociągała~~

absorbowała jego umysł, niż drogę „w dół", od czystej myśli, od algebry do ~~fizyki~~ świata fizycznego. Zwrócił on uwagę na to, że poeci trafnie posługują się wyobrażeniami ciał zmysłowych dla zobrazowania rzeczy duchowych, że istotnie między temi dwoma światami istnieje głębokie podobieństwo, że „rzeczy zmysłowe są stosowne do zrozumienia olimpijskich (wiatr oznacza ducha, ruch z czasem – życie, światło – poznanie..." („sensibilia apta concipiendis Olympicis; ventus spiritum significat, motus cum tempore vitam, lumen cognitionem..."). ~~Stąd~~ ~~nie więc postępuje~~ rozum ~~również powinien się tu iść śladami wyobraźni~~ (poetyckiej) (dla wyobrażania sobie rzeczy duchowych pewnemi ciałami zmysłowemi np. wiatrem, światłem: stąd możemy przez poznanie wznieść umysł do wzniosłości i posiłkować się „quibusdam corporibus sensibilibus ad spiritualia figuranda, ut vento, lumine: unde altius philosophantes mentem cognitione possumus in sublime tollere." ~~Musi być jednak różnica między~~ Pomimo jednak podobieństwa, drogi, któremi kroczą poeci i uczeni ku ~~go~~ światu ~~z~~ myśli czystej, poznania i ducha, muszą się jednak między sobą różnić ~~niemi nie ma~~: filozofom i uczonym ~~muszą~~ nie wystarcza właśnie same wyobrażnie, muszą się oni posiłkować również rozumem; rozumem rozwijać owe, które w nas „semina scientiae". ~~Trzeb Nie wystarczą filozofom~~ Filozofowie i uczeni nie mogą zatrzymać się na metaforach ogólnikowych, chociażby najtrafniejszych i do głębi ~~z~~ rzeczy sięgających, – muszą w szczegółach je rozwinąć i zastąpić je ścisłemi analogjami, ścisłem odwzorowaniem. Muszą, wychodząc z naoczności fizycznej i dążąc do jej ścisłych odpowiedników rozumowych, stosować

Rozum również powinien tu iść śladami wyobraźni poetyckiej i, ~~wychodząc~~ biorąc za punkt wyjścia świat fizycznej naoczności, starać się sięgnąć do dziedziny ducha; ~~powinien się starać~~ w ten sposób mógł D. głębiej filozofując ~~mówi Descartes~~ ~~możemy~~ przez poznanie wznieść umysł wysoko „unde altius philosophantes” ~~ten sposób~~ („mentem cognitione possumus in sublime tollere”). Ale

Descartes, widząc całą trafność przeczuć poetyckich, wyspłwie jednak ~~opierając rozum, idąc śladami wyobraźni poetyckiej~~, ~~mus~~ wiążących świat fizyczny z duchowym, nie mógł w nich widzieć metody zadowalającej wymagania uczonych i filozofów. Jej punkt wyjścia, jej idea naczelna, ~~polegająca na~~ stwierdzająca pokrewieństwo głębokie tych dwóch światów, ~~była~~ ~~dla~~ posiadała dla niego niewątpliwą prawdę. Lecz ideę tę trzeba było dopiero pogłębić („altius philosophari”), ~~naukowo~~ rozwinąć, uząć za podstawę ~~ścisłej~~ całej nauki, która zamiast ogólnikowych i ~~niepowiązanych ze sobą~~ luźnych metafor, choćby najtrafniejszych, dawała nam ścisłe odwzorowania, ścisłe, odpowiedniki powiązane w system czysto myślowe dla elementów świata fizycznego. A przedewszystkiem trzeba było sięgnąć do istoty tego świata i odpoznać ją jako rozciągłość; i ~~elementy~~ wtedy naocznym elementom tej dziedziny geometryczno-fizycznej trzeba było przyporządkować ściśle ich analogony czysto rozumowe, czysto myślowe – ~~funkcje analityczne~~ stosunki liczbowe, funkcje analityczne. W taki to sposób powstawać

sobie – jak się wydaje – Descartes ową drogę wzwyż, którą otworzyć miała ~~otwierała~~ przed nim i przed całą ludzkością ta jego scientia mirabilis: ~~świat czystej myśli zdawała się być~~ przyszła geometrja analityczna. Miała ona ~~być~~ nam dać wiedzę doskonałą nie tylko o świecie natury, lecz i o świecie czystej myśli, poznania i ducha, miała być nie tylko algebraiczną geometrją fizyczną, lecz również algebraiczną geometrją filozoficzną.

~~Lecz geometrją filozoficzną~~ Lecz ta algebra związana z geometrją choć dała w przyszłości wspaniałe rezultaty, jeżeli chodzi to o poznanie przyrody, okazała się bezsilna, gdy chodziło o ~~odkrycie nam tajemnic świata~~ zmatematyzowanie świata duchowego, świata – jak się wydawało – tak pokrewnego jednak Dziedzinie algebraicznej ~~świata algebry~~, tak samo jak ~~ona~~ niezmysłowego, tak samo nienaocznego, tak samo abstrakcyjnego i racjonalnego. Nie potrafiła ona dokonać przerzutu praw z geometrycznych, pewnych w niej naoczności, do dziedziny duchowej, chociaż geometrja zdołała jej związki abstrakcyjne uwidocznić w świecie materji. A Nie potrafiła tego dokonać – bo dokonać tego zasadniczo nie mogła; była bowiem algebrą ilości ~~i jej porządek był porządkiem ilości~~, a świat myśli i ducha – to świat czystej jakości, nie podległej prawom „porządku" ilościowego. Mówimy „czystej jakości", albowiem nie wszelka jakość ~~odpycha od siebie ilość~~ jest niepodatna do traktowania ilościowego – te dwie kategorje nie wykluczają się bynajmniej, a tak np. jakości przestrzenne mogą posiadać swój aspekt (i posiadają)

ilościowy i wielkościowy. Lecz są takie jakości, „czyste jakości", do których niema przystępu ilość i miara, i takiemi właśnie są jakości „filozoficzne": myśl, poznanie, wartość. ~~Atąd~~ I oto dlatego algebra kartezjańska, która nawet w swych najbardziej abstrakcyjnych wzlotach, jako algebra speciosa, pozostawała algebrą ilościową, okazała się bezsilną, jeżeli chodziło o poznanie świata duchowego, filozoficznego, świata czystych jakości. Lecz jeżeli ten świat ~~jest~~ przedstawia, owszem system ~~orga~~ spójny, pewną całość organiczną, wykazuje pewien „porządek" – a takim ~~on~~ właśnie był on w pojmowaniu Platona – to można pokusić się o jego ścisłe, matematyczne poznanie; tylko trzeba stworzyć w tym celu inną ~~algebrę~~ matematykę, aniżeli ilościowa, tj. matematykę, któraby nam odkryła „porządek", ~~któremu~~ ~~świata~~ panujący w świecie ~~podległych~~ jakości. Ta była właśnie koncepcja, której dał wyraz Platon w swej ~~nauce~~ zaczątkowej nauce o liczbach ~~idea~~ idealnych i ~~wielkościach~~ figurach idealnych.*) ~~Koncepcja~~ Descartes tą drogą nie poszedł, zatrzymał się u jej progu, i tego progu nie przekroczyła jego algebra ~~speciosa~~. ~~Lecz zaczął się one realizować~~ Natomiast Leibniz poszedł właśnie w tym kierunku i założył ~~silne~~ mocne podwaliny pod gmach algebry jakościowej w postaci algebry pojęć (logiki algebraicznej),

*) Por. tu Robin. La théorie platonicienne des idées et des nombres d'après Aristote. 1908.

która została doprowadzona do wysokości systemu przez Boole'a w
połowie XIX wieku. I oto, jeżeli chcemy w algebrze znaleźć [illegible] drogę prowadzącą
do świata myśli i ducha, to algebrą tą może być tu, oczywiście, tylko algebra
jakości. Lecz metoda tylko algebraiczna nie będzie tu wystarczającą. ~~Aby~~ Ażeby
wniknąć w budowę świata logicznego, ażeby poznać jego ~~strukturę~~, ~~trzeba~~
~~zrealizować~~ organizację, ugrupowanie jego elementów, struktury, w
których te elementy występują, potrzeba nauki o wiele bardziej struktural-
nej, o wiele bardziej architektonicznej, niż nienaoczna w swej abstrakcyj-
ności algebra. Potrzeba nauki, któraby uwidoczniła ukryte w tej algebrze
jakościowej kształty, wyprowadziła na jaw drzemiące w niej struktury,
przed oczy postawiła nam organizację świata tego ~~myślnego~~. — Taką naukę
naoczną, strukturalną, może być ~~jest właśnie~~ tylko geometrja. ~~Lecz jaka~~
Lecz jaka geometrja? Geometrja zwykła, dotycząca wielkości i ~~operująca~~
~~ilości~~ ~~kategorją~~ miarą ilości, ~~w tego rodzaju~~ nie nada się do ~~tego, by być towarzyszką~~ współpracy
z algebrą jakości; trzeba tu geometrji również jakościowej, jak jakościową
jest algebra logiczna, trzeba geometrji, której przedmiotem byłyby nie
wielkości przestrzenne, nie odległości i rozmiary, lecz przestrzenne
jakości: położenie, kierunki, stanowiska i ich zespoły. A taka

geometrja istnieje i nawet za czasów Descartesa miała wybitnego przedstawiciela, w osobie jednego z jej założycieli — Desarguesa. Następnie w pierwszej połowie dziewiętnastego wieku ukonstytuowała się ta jakościowa geometrja już jako system i znana jest obecnie pod rozmaitemi nazwami, jako nowa geometrja syntetyczna, jako geometrja położenia lub - najczęściej - jako geometrja rzutowa.

A więc, ażeby z geometrji analitycznej Descartesa uczynić ścisłą naukę filozoficzną, trzeba dokonać w niej zasadniczej zmiany - trzeba z terenu ~~ilości~~ liczby i wielkości przejść na teren jakości, zamiast algebry ilości ~~zamienić~~ wprowadzić algebrę jakości czyli logikę algebraiczną, i podobnie ~~zamiast~~ geometrję wielkości - jakościową geometrję położenia (geometrję rzutową). I jeżeli stosunek algebry jakościowej do geometrji jakościowej okaże się taki sam, jakim jest stosunek algebry ilościowej do geometrji ~~ilościowej, a stos.~~ wielkościowej, a więc okaże ~~doskonałym~~ przewidzianym i stosunkiem zupełnej odpowiedniości i, ~~to~~ wtedy ~~byśmy~~ znaleźlibyśmy się w posiadaniu dokładnego analogonu filozoficznego descartesowskiej geometrji analitycznej, posiedlibyśmy naukę dwustronną, naukę o dwóch dopełniających się wzajemnie obliczach — jednem ~~abstrakcyjnem~~ nienaocznem, logicznem - drugiem naocznem, strukturalnem, geometrycznem. Mielibyśmy tu matematykę jako organon nauki i filozofji, mielibyśmy to, czem ~~niewątpliwie~~

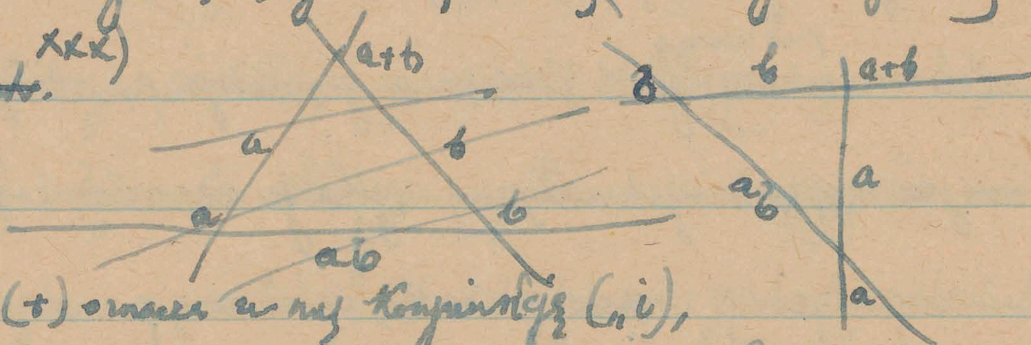
mierzył Descartes in otiis hibernis, kiedy plenus enthusiasmo mirabilis scientiae fundamenta odkrywał.

II Logika geometryczna i geometrja filozoficzna.

Jeżeli chcemy zdobyć ową geometrję filozoficzną, któraby przedewszystkiem była geometrją logiczną, ściślej mówiąc geometrją algebraiczno-logiczną, to nasamprzód nasuwa się pytanie, czy algebra logiki daje się zgeometryzować, podobnie jak to zachodzi z algebrą liczb. Jeżeli uprzytomnimy sobie, że z jednej strony, jak bliskie związki łączą logikę ze światem rozciągłości, związki, które swój wyraz znalazły zarówno w terminologji logicznej (pojęcia nadrzędne, pojęcia podrzędne, określenie, zakres pojęć, ich zawieranie się, ich krzyżowanie, terminy sądu, terminy krańcowe i środkowy sylogizmu i t.d.) jak i w próbach naocznego przedstawiania stosunków logicznych (np. zapomocą kół Eulera), z drugiej zaś strony jeżeli weźmiemy pod uwagę fakt istnienia geometrji analitycznej, która już w sposób systematyczny wykazuje odpowiedniość nienaocznej dziedziny algebry z naoczną dziedziną przestrzenności, to już a priori skłonni będziemy rozstrzygnąć w sensie pozytywnym kwestję możliwości zgeometryzowania algebry logiki, kwestję odwzorowania jej w przestrzeni, oczywiście jakościowej. Jeżeli teraz jeszcze zwrócimy uwagę na

to, że zarówno ~~z~~ dziedzina algebry logiki jak i dziedzina geometrji rzutowej x) ~~obowiązującej~~ znajdują się pod panowaniem prawa dualności, tak charakterystycznego i decydującego dla tych dziedzin, to głębokie ich pokrewieństwo ~~w tych dziedzin~~ stanie się dla nas oczywiste, a ~~sprawa~~ możliwość zgeometryzowania logiki algebraicznej ~~nie nasuwającą~~ poza wątpliwości ~~będzie pa dla nas~~ niewątpliwa.

Na takich opierając się przesłankach, przystąpiliśmy 20 lat temu xx) do zgeometryzowania logiki i rezultaty, które osiągnęliśmy, postaramy się tu pokrótce przedstawić. Przedewszystkiem należało przyporządkować dwa podstawowe a względem siebie dualne działania geometrji rzutowej → [c…]
dwóm —"— ym ——— ym — om algebry logiki.
~~A więc rzucięcie i rzutowanie geometrycznemu należało~~. Tak też uczyniliśmy przyporządkowując punktowi przecięcia (zjednoczeniu) dwóch prostych sumę ~~dwóch elementów logicznych i dualnie:~~ (ich wspólnemu ...) logiczną, ~~zaś~~ linji łączącej dwa punkty — iloczyn logiczny dwóch elementów logicznych. xxx)



xxx) Suma logiczna (+) oznacza u nas koniunkcję („i"), zaś iloczyn logiczny (X) ~~oznacza u nas~~ dysjunkcję („lub"). Rys. 1.

x) Prawo to w geometrji rzutowej ustanowili Poncelet (1822) i Gergonne (1826), w logice zaś zostało ono odkryte przez Peirce'a (1867) i Schrödera (1877).

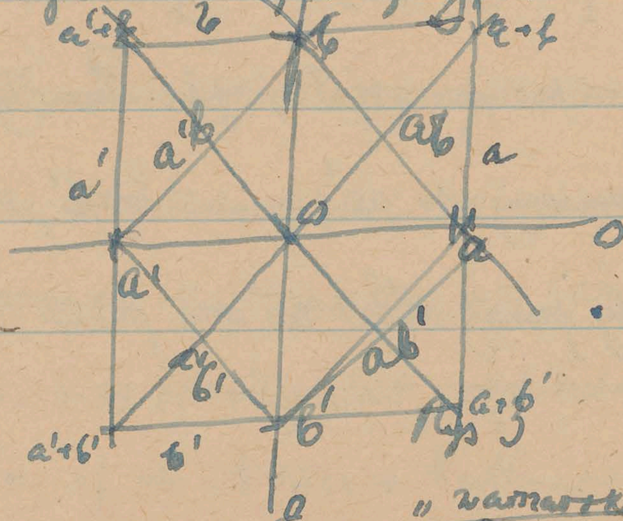
xx) ~~W rozp~~ Por. ~~warszawski „Przegląd Filozof"~~ rozprawę p.t. „Geometrja logik

Z tego już przyporządkowania wynika, że stosunek zawierania się (np. a < a+b lub ab < a) będzie ~~za~~ nich odwzorowany przez zawieranie się ~~[illegible]~~ (przedłużenie, skrócenie) prostej w punkcie. Kreślimy teraz ~~układ~~ dwie osie współrzędnych i na osi poziomej punktowi, leżącemu naprawo od początku współ-ych, ~~po jej stronie prawej~~ przyporządkujemy element a, symetrycznie zaś leżącemu punktowi, leżącemu na lewo od początku wsp-ych — element a' (negację a)

Rys 2.

(i podobnie na osi pionowej mieć będziemy elementy b i b'.

Wobec tego, że w algebrze logiki mamy $aa' = 0$ i $bb' = 0$ więc, (cięcie i rzutowanie) (dodawanie i mnożenie) zgodnie z poprzednio ustalonym przyporządkowaniem ~~dla~~ oś pozioma, jako iloczyn aa' będzie 0 i podobnie oś pionowa jako bb' będzie również 0. ~~Połączenie~~ Zjednoczenie tych osi zarazem w początku współrzędnych da dla tego punktu również denominację 0, albowiem $0+0=0$. Wreszcie łączymy punkty a, b, a', b' za pomocą prostych i prowadzimy przez te punkty 4 proste równoległe do osi współrzędnych. Otrzymamy wtedy ~~nast~~ poniższy diagram:



„zamarkę"

Kategoryalny i jej znaczenie dla filozofji (Przegl. Filozof. 1926 (z. III–IV) i 1927 (z. I)

Przyporządkowanie na rys. 3. symbolów algebraiczno-logicznych prostym skośnym nie wymaga~~(~~ją bliższych wyjaśnień; natomiast słów parę musimy poświęcić symbolom, oznaczającym 4 wierzchołki zewnętrznego kwadratu. Powstaje bowiem pytanie, czy ~~punkty te~~ np. punkt $a+b$ jest, ~~jak~~ prawnie otrzymał swą denominację, czy ~~z~~ mianowicie, czy proste, których jest zjednoczeniem, są istotnie prostemi a i b. Otóż łatwo wykazać, że taki jest w istocie rzeczy prostą, prostopadłą do osi zerowej poziomej (i przechodzącą przez punkt a), nazwijmy x; wtedy mieć będziemy $x+0=a$, a więc wobec modułowego charakteru logicznego zera – równię $x=a$. ~~A więc~~ Podobnie wykazujemy, że pozostałe boki zewnętrznego kwadratu są to odpowiednio proste b, a' i b'. Stąd wynika słuszność symbolów dla ~~denominacji~~ 4 wierzchołków zewnętrznego kwadratu.

Uzupełniając teraz nasze dwoiste kwadraty ~~rysunku~~ przez przeprowadzenie osi skośnych, przekątnych zewnętrznego kwadratu, musimy jeszcze odwzorować algebraicznie t. zw. elementy „nie-właściwe" płaszczyzny współrzędnych. Będzie to prosta w nieskończoności i 4 na niej położone punkty, przecięcia z nią 4 osi (dwóch głównych i dwóch skośnych), przechodzących przez początek współrzędnych. Punkty te będą: $a+a'$, punkt w ∞-i, dualny względem poziomej osi aa'; punkt $b+b'$, ~~do~~ dualny względem osi pionowej bb'; a dalej punkt $a'b+ab'$ oraz punkt $ab+a'b'$.

Wobec tego, że $a+a$ w algebrze logiki $a+a'=1$ i $b+b'=1$, punkt ~~prze~~ zjednoczenia w nieskończoności prostych równoległych a i a' ~~będ~~ będziemy oznaczali przez 1 i podobnie, punkt zjednoczenia prostych b i b' również przez 1. W ten sposób prosta w nieskończoności, substrat wspólny tych punktów będzie 1×1, a więc również 1. Dla odróżnienia tych jedności możemy zaopatrzyć je w indeksy, a więc pisać: $1_{a+a'}$, $1_{b+b'}$ i $1_{(a+a')(b+b')}$, podobnie jak dualne względem nich zera możemy symbolizować, jako $0_{aa'}$, $0_{bb'}$ i $0_{aa'+bb'}$.

~~W~~ W ~~ten~~ sposób nasze dwa ~~dualne~~ dualne kwadraty zupełne wraz z pięcioma elementami „niewłaściwemi" w ∞-i odwzorowują wszystkie elementy dwuelementowej logiki algebraicznej; a równocześnie jednak odwzorowują wszystkie ~~stosunki~~ pewniki tej logiki (n.p. pierwszy system pewników, podany przez E. Huntingtona w r. 1904[x]), a więc i wszystkie jej twierdzenia, o ile nie dotyczą stosunków: $a<b$, $b<a$, $a<b'$ i $b'<a$, ~~stosunków~~ wybiegających poza ramy tego naszego podstawowego obrazu płaszczyzny logicznej. Ażeby stosunki te (i związane z nimi pewniki oraz twierdzenia) odwzorować, należy n.p. prostą a obrócić o kąt 45° około punktu a; wtedy przejdzie ona przez punkt b i ~~zostanie~~ da odwzorowanie stosunku $a<b$; posługując się zaś wtedy prostą ab (m.in.) ~~eta~~ dwyrazowym ~~terminu~~ ~~do~~ określeniem: $a<b=(ab=a)$. W podobny sposób

[x] E. Huntington: Sets of independent postulates for the Algebra of Logic (Transactions of the American Mathematical Society. Vol. 5. 1904, str. 292-296.

modyfikując nasz podstawowy obraz płaszczyzny logicznej, odwzorować potrafimy na płaszczyźnie wszystkie stosunki, działania, pewniki i twierdzenia logiki algebraicznej. Jeżeli zaś potrafimy to uczynić również i dla logiki trójelementowej, odwzorowując ją w trójwymiarowej przestrzeni; wtedy zamiast dwóch kwadratów dualnych występują: sześcian i wpisany weń dualny ośmiościan foremny. (Twierdzenia logiki algebraicznej zarówno płaskiej jak i stereometrycznej dadzą się z tych obrazów wprost odczytać.[x])

Tak oto zostają założone podstawy logiki algebraicznej geometrycznej i jej odpowiednika: geometrji algebraiczno-logicznej.

Jedna jest tu jednak rzecz zastanawiająca i wymagająca bliższego uwzględnienia. W tej geometrji mielibyśmy na płaszczyźnie tylko 26 elementów, zamiast nieskończoności elementów zwykłej płaszczyzny i zwykłej geometrji rzutowej. Cóż to jest w takim razie za geometrja i co to jest za płaszczyzna geometryczna?

Odpowiedź brzmi: jest to płaszczyzna kategorjalna, płaszczyzna kategorji geometrycznych i geometrja, która jej dotyczy, jest geometrją kategorjalną. Na naszym rys. 3 mamy dane typy[x] — i w tym znaczeniu kategorje — wszystkich elementów geometrycznych, możliwych na płaszczyźnie, typy punktów i prostych, które reprezentują mnogość nieograniczoną elementów tej płaszczyzny. Platon powiedziałby, że są to

x) Weźmy dla przykładu twierdzenie de Morgana: $(a+b)' = a'b'$. Wyprowadza się ono z rozwinięcia 0 według a i b, a więc $0 = (a+b)(a+b')(a'+b)(a'+b')$, które przestrzennie przedstawia się jako rozwinięcie wspólnego początku współrzędnych na iloczyn 4-ech wierzchołków zewnętrznego kwadratu. Negacja jednego z tych wierzchołków, np. $(a+b)$, sprowadzi te cztery możliwości („bytu") do trzech, mianowicie:

idee ~~punktó~~, prawzory punktów i prostych, "na płaszczyźnie" – "punkty idealne i proste idealne." My mówimy: punkty kategorjalne i proste kategorjalne. Punktami takiemi są np: punkt, ~~znajdujący się~~ położony w górnej prawej ćwiartce (punkt a+b), ~~punkt~~, reprezentujący wszystkie punkty tej ćwiartki; lub punkt, położony na granicy górnej i dolnej prawej ćwiartki, a więc na osi poziomej, naprawo od środka ~~współrzędnych~~ (punkt kategorjalny a), reprezentujący wszystkie punkty tej połówki osi poziomej; lub też prosta, ~~skośna~~ nieograniczona, przechodząca przez 3 ćwiartki: górną lewą, górną prawą i dolną prawą (prosta a'b), reprezentująca wszystkie proste, przechodzące przez te ćwiartki, i t. p. Takie to są one punkty i proste kategorjalne, któremi zajmuje się geometrja kategorjalna i ~~dzięki~~ które poddaje rachunkowi ~~algebraicznemu~~ dzięki swemu przyporządkowaniu ~~do~~ ~~algebraiczno-logicznemu~~ logiczno-algebraicznemu.[x)]

[x)] Będzie bylobyż przypuszczać, że ta geometrja kategorjalna stanowi tylko dodatek do kategorjalnej logiki algebraicznej. Przeciwnie daje się ona usamodzielnić całkowicie samodzielnie i może o własnych siłach dążyć do poznania stosunków między jakościami przestrzennemi. Wszystkie jej elementy kategorjalne dadzą się otrzymać w ~~rezultacie~~ odpowiedzi na następujące pytania:

Czy jakie są możliwe proste i punkty, znajdujące się:
1) tylko w jednej z ćwiartek płaszczyzny
2) w dwóch,
3) w trzech,
4) we wszystkich ćwiartkach płaszczyzny
5) poza wszystkie ćwiartki płaszczyzny.

=) iloczyn drugiego i trzeciego czynnika, to prosta b', też że negacja a+b daje w rezultacie a'b', iloczyn dwóch prostych lub równoczesnych ... dwóch punktów a' i b'. Tak zaś ostatni iloczyn to prosta a'b'; Tak więc negacja punktu w pierwszej ćwiartce będzie była prostą w ćwiartce przeciwległej. skośna

(a+b)(a'+b')(a+b'). Lecz iloczyn pierwszych dwóch czynników, to jest, widziany na diagramie, prosta a'

Musimy teraz uświadomić sobie, jak wielkie, jak decydujące znaczenie posiada ta kategorjalność geometrji algebraiczno-logicznej, jeżeli chodzi o filozoficzny charakter tej geometrji. Przecież od zarania filozofji wszystkie dążenia jej adeptów szły w tym kierunku, żeby w mnogości przedmiotów wykryć ich jedność, żeby tę mnogość sprowadzić do możliwie małej ilości elementów, do możliwie ~~nieznacznej~~ małej ilości kategoryj czy zasad. I temu właśnie filozoficznemu ~~dążeniu~~ daje wyraz geometrja kategorjalna, ~~przedewszystkiem~~ jeżeli chodzi o dziedzinę przedmiotów przestrzennych, sprowadzając ich nieograniczoną mnogość do niewielkiej liczby typów, kategoryj czy zasad. Jeżeli teraz zechcemy raz jeszcze uświadomić ~~Otóż, wychodząc z naocznej dziedziny~~

(c. d.)

W odpowiedzi np. na pierwsze pytanie otrzymamy 4 punkty kategorjalne, każdy w innej ćwiartce przestrzeni. ~~Wprowadzimy~~ Wprowadzając je na płaszczyznę, podzieloną na 4 ćwiartki przez osie współrzędnych i uzupełniając ~~je drogą~~ je odpowiedziami na pozostałe pytania, ~~otrzymamy~~ na drodze czysto geometrycznej i w postaci czysto geometrycznej otrzymamy obraz płaszczyzny kategorjalnej, ~~Możemy ustanowić pewniki tej~~ ~~Pewniki tej geometrji będą odpowiadały pewnikom algebry logiki~~ którą następnie ~~poddo~~ dopiero poddamy odwzorowaniu ~~ale~~ algebraiczno-logicznemu. Pewniki tej geometrji kategorjalnej będą, oczywiście, geometrycznymi odpowiednikami pewników logiki algebraicznej.

sobie momenty ~~filozoficzne~~, które czynią z owej ~~twórczej~~ geometrji, geometrję filozoficzną, momenty, których właśnie brak było w geometrji analitycznej Descartesa, to powiemy: 1) geometrja ta jest jakościowa, podczas gdy geometrja analityczna była ilościowa; 2) geometrja ta jest kategorjalna, — " — była mnogościowa i geometrja ta 3) jest logiczna, ma swe odwzorowanie algebraiczno- ~~jest algebr~~ logiczne, — " — ~~była tylko~~ miała tylko odwzorowanie ~~liczbowe i funkcyj~~ liczbowo-algebraiczno-liczbowe.

III ~~Filozoficzna logiczna~~ Geometrja ~~filozoficzna~~ ontologiczna

~~Udając się z dziedziny geometrycznej na eksplorację świata myślnego, jesteśmy w posiadaniu całego szeregu struktur kategorjalnych.~~ Biorąc za punkt wyjścia dla eksploracji świata myśli i ducha dziedzinę geometryczną, wykorzystujemy tę jej bezcenną wartość, która polega na jej naoczności. Dzięki tej naoczności organizacja świata kategorjalnego staje się tu dla nas bezpośrednio widoczna, odkrywamy tu struktury kategorjalne, ~~ukryte~~ istniejące wprawdzie i w świecie myśli, lecz głęboko nawet ukryte pod ~~jej~~ jego nienaoczną powierzchnią. Dopiero poznając je w świecie przestrzennym, możemy je ~~prawidz~~ wydobyć je na jaw również i w izomorficznym świecie ~~myśli~~ logiki. Weźmy parę przykładów: Dla algebry logiki elementy równoważne pozostają niezróżnicowane, np. dualnością prostego elementu $\underset{\sim}{a}$ jest ten sam element $\underset{\sim}{a}$; ~~gdy~~ tymczasem w logice geometrycznej mamy ad oculos daną dwupostaciowość tego elementu $\underset{\sim}{a}$: dualnością punktu $\underset{\sim}{a}$ nie jest tymczasem punkt $\underset{\sim}{a}$ lecz prosta $\underset{\sim}{a}$, i jeżeli punkt $\underset{\sim}{a}$

metryczny

jest substancją, to elementem względem niego dualnym będzie równoważna

tej substancji cecha. To zaś pozwala nam zrozumieć ~~odmiennie niż~~

strukturę a < a (prosta a tkwi w punkcie a) nie jako ~~ze~~ ~~stosu~~ wyraz

tożsamości dwóch elementów, lecz jako równoważność całości i części, substancji

i pewnej jej cechy. Podobnie sprawa się przedstawia, jeżeli chodzi o ~~elementy~~ proste

biegunowe i właściwie negatywne. Algebra logiki ich nie odróżnia, ~~zadowalając~~

~~się~~ i uwzględnia tylko elementy właściwie negatywne. Tymczasem logika

geometryczna, dając nam ad oculos strukturę czwórkową biegunowo-dualną, w skład

której wchodzą: punkt a, prosta a, punkt a' i prosta a' ~~różniczuje~~

wyraźnie wskazuje nam dwupostaciowość elementu negatywnego i ~~oddziela~~

~~biegun~~ odróżnia biegun ~~punkt~~ ~~a od~~ ~~x po~~ punktu a w postaci punktu a'

od negacji właściwej a w postaci prostej a' (punkt a jest to a+0 i

jego negacją będzie $(a+0)' = a'.1$ — czyli właśnie prosta a'). Ta struktura ~~Struktura~~

ściśle określa stosunek, istniejący ~~uczy nas, że~~ (między biegunem a negacją ~~istnieje~~ ~~stosunek~~ jako dualność), ~~i że~~

~~z drugiej strony negacja~~ stosunek ważny, a nieuwzględniony w algebrze logiki.

Ale też owe czwórki harmoniczne ~~to~~ geometrji rzutowej będą widoczne

we naszym obrazie kategorjalnym płaszczyzny; każda prosta jest podłożem

4 kategorji punktów kategorjalnych (harmonicznie po dwójkami sprzężonych) i dualnie, każdy punkt jest węzełkiem

harmonicznych pęku 4 prostych kategorjalnych. Przeniesiona na grunt logiczny i oświetlona światłem logiki taka czwórka elementów, np. czwórka harmoniczna elementów na osi poziomej: a', 0, a i 1 (punkt w ∞-ci) ~~po~~ wskazuje nam, że ~~opr~~ tezę a i antytezę a' ~~są~~ łączy nie jedna synteza 0 = aa', lecz dwie, że oprócz ~~mnożnej~~ syntezy mnożnej 0, mamy tu jeszcze syntezę dodajną 1 = a+a', w której przeciwieństwa się neutralizują i kasują. ~~Ta~~ Wielkiej doniosłości również jest dana nam bezpośrednio w intuicji geometrycznej struktura trójkątna (trójkąt o wierzchołkach a, b, a+b i trójkąty podobne w innych ćwiartkach ~~która przeniesiona na grunt logiczny~~), struktura, ~~przed-~~ ~~wszystkiem~~ która ~~wyrażająca~~ wyraża powstawanie, prokreację i związek ~~przyczynowy~~. //)

Tych przykładów wystarczy, ażeby uświadomić sobie całe znaczenie skoku z naocznej dziedziny geometrycznej do ~~dziedziny~~ ~~niepnz~~ świata nieprzestrzennych sensów logicznych, a do świata, który mimo całą odmienność substratu okazał się podległy tym samym stosunkom i prawom, co i świat przestrzenny. //

// Lecz tu zjawia się naturalnym biegiem rzeczy nowa kwestja. ~~Czy analogja~~ izomorfizm ~~świata przestrzennego i świata logiki~~ Mianowicie, czy filozoficzne znaczenie geometrji kategorjalnej wyczerpuje się całkowicie przeniesieniem jej struktur do dziedziny logicznej, czy też posiada zasięg znacznie szerszy i czy poprzez algebrę i logikę struktury te nie prowadzą nas do świata przedmiotów wogóle, do dziedziny ontologicznej. Że tak jest w istocie rzeczy, ~~mamy~~ to staje się więcej niż prawdopodobne, jeżeli raz jeszcze weźmiemy pod uwagę fakt ~~a~~, że

świat jakości przestrzennych pomimo całą odmienność swej tkanki substratowej

rządzony jest przez same prawa, co i świat nieprzestrzennych jakości

logicznych, i że w ten sposób jakości przenoszą się bez zmian kategorjalnych z jednego bieguna

bytowego na drugi. Że te też odmienne substratowo jakości

wykazują swe najgłębsze pokrewieństwo kategorjalne, gdyż kategorje

regjonalne — geometryczne, logiczne — są tylko przejawem i zróżnicowa-

niem kategoryj ogólnobytowych, ontologicznych, które, jako takie,

przenoszą się bez zmian z jednego bieguna substratowego na drugi. Że A

więc np. kategorje geometryczne: prosta pozioma (b), prosta pionowa (a),

ich punkt zjednoczenia (a+b) oraz odpowiadające im kategorje logiczne:

różnica rodzajowa (b), różnica gatunkowa (a) i gatunek (a+b) są

przejawiającymi tylko regjonalne zróżnicowania ontologicznych kategoryj, takich, jak: substrat (b)

(materja), forma (a) i ich całość (a+b). Że struktury jakościowe geo-

metrji logicznej są istotnie strukturami ogólnobytowemi, że formułowane

przez nią prawa jakości są prawami nie tylko jakości geometrycznych i

logicznych, lecz prawami jakości wogóle, o tem przekonywamy się również

i a posteriori, odkrywając te struktury i wgląd w nich prawa w

najrozmaitszych dziedzinach bytu.

V zasadom metafizycznym odpowiada geometrycznie gam układ odniesienia

i jego obraz w cs-i.

Teraz więc mamy wszelkie dane, że ~~aby poznawanaszą~~ jakościowa geometrja
Kategoryjalna jest geometrją nietylko logiczną, lecz i ontologiczną, i
że w ten sposób jej charakter filozoficzny uwydatnia się jeszcze o wiele bardziej.
Staje się ona właściwą mathesis universalis o typie matematycznym,
matematycznym organonem filozofji, i jako geometrja algebraiczno-ontologiczna,
daje nam filozofję w postaci ścisłej, jako ontologję algebraiczno-geometryczną.
Lecz na tem jeszcze nie koniec, o ile chodzi o ~~naszą~~ drogę „wzwyż", od sensibiliów
czy raczej imaginabiliów świata geometrycznego do świata „olimpijskiego",
filozoficznego. Albowiem droga ta prowadzi nas nie tylko w sfery ontologji
czyli metafizyki ogólnej, lecz i w dziedziny metafizyki specjalnej, tj. metafizyki
która dotyczy już ostatecznych zasad świata. Wśród Kategoryj bowiem
geometryczno-logicznych widzimy gradację i hierarchję; są między
niemi niższe i wyższe, to znaczy bardziej pierwotne i pochodne. Te wyższe
Kategorje, tj. najwyższe, naczelne zasady, wyróżniające się zarówno geometrycznie,
jak algebraicznie i logicznie, mamy ich dziesięć w dwóch dualnych
piątkach: jedna piątka harmoniczna, to zespół czterech osi (dwóch głównych i
dwóch skośnych) oraz punkt ich zjednoczenia – środek współrzędnych; druga piątka,
to prosta osi i czwórka jej punktów. Ta dziesiątka zasad naczelnych również
oto właściwa domena metafizyki specjalnej, jako świata ontologji. Geometrycznie przedstawiają się
te zasady naczelne w postaci pęku czterech osi, zjednoczonych w początku współrzędnych oraz
w dualnej do tego początku prostej w osi i z jej 4 punktami; innemi słowy

wykazuje pewne gradacji i hierarchji. Na czoło jej wysuwają się dwie cechy jednoczące: początek współrzędnych i prosta w ∞-ie, które w ostateczny ust. W ten sposób, wychodząc z naoczności geometrycznej „altius philosophantes mentem cognitione possumus in sublime tollere".

* *

*

Jeżeli jednak ta sublimacja jakościowych kategorji i struktur geometrycznych ~~obiecuje~~ wydaje się być metodą właściwą do osiągnięcia wglądu w świat ducha, to powstaje równocześnie pytanie, co do jej stosowalności, jeżeli chodzi o świat fizyczny. Przecież świat fizyki to dziedzina matematyki ilościowej; dzięki zastosowaniu tej matematyki od czasów Descartesa i Galileusza przyrodoznawstwo ścisłe ~~tkoczy~~ ~~od~~ rozwija się tak wspaniale — ~~co~~ jaką więc rolę mogłaby tu odegrać matematyka jakości, ~~to~~ jakości, których banicja ze świata fizyki ~~biała słoiczce~~ była właśnie zwiastunem nowej ery w rozwoju tej nauki? Otóż cały ten tok rozumowania polega na zasadniczem nieporozumieniu, na tem mianowicie, że ~~jakość~~ kategorja ilości przeciwstawia się tu zasadniczo kategorji jakości. Tymczasem sprawa przedstawia się inaczej: uniwersalną kategorją jest jakość, a wśród jakości mamy dwa jej zasadnicze rodzaje: popierwsze — jakości niemierzalne, niepoddające się badaniu ~~metodą~~ metodzie matematyki ilościowej, jakości podatne jednak

~~Do po że~~ badaniu metodą jakościowej matematyki – są to jakości, które możemy krótko nazwać duchowemi; i po drugie – jakości mierzalne, takie jak ~~przestrzeń i jej ks~~ np. kształty geometryczne ~~przestrzenne~~, które będąc zasadniczo jakościami są jednak podatne również i traktowaniu ilościowemu. Geometrja znajduje zastosowanie w świecie fizyki; czyż można przypuścić, że tylko jej aspekt ilościowy zdoła przeniknąć do tej dziedziny, a drugi jej aspekt – jakościowy – tak ściśle związany z pierwszym, zostanie u jej progu zatrzymany? przecież rozciągłość to istota ciała ~~świata~~ fizycznego, a rozciągłość to jakość i prawa jakości wraz z nią przenikać muszą do dziedziny fizycznej. A wraz z geometrją jakościową przenikają tam i algebra jakościowa i logika algebraiczna i ontologja algebraiczno-geometryczna, wykazując ~~w~~ zachwycającą jedność, panującą w świecie i łączącą dwie jego ~~gałęzie – dziedziny~~ odnogi – duchową i fizyczną.

Jako przykład stosowalności matematyki jakościowej do dziedziny fizycznej, weźmy akustykę. ~~Logiczn~~ O wiele wcześniej, niż w logice i geometrji rzutowej, ~~podstawowe prawo logiczno-geometryczne~~, prawo dualności zostało odkryte w tej właśnie dziedzinie przez Rameau (Nouveau Système de Musique, 1726), a następnie rozwinięte przez ~~D~~ d'Alemberta (Éléments de Musique suivant les principes de M. Rameau, 1762); w ~~sto lat~~ 100 lat zaś później oparł na tych pracach dorpacki fizyk Oettingen swe dzieło p.t. „Harmoniesystem in dualer Entwickelung", 1866). Zjawisko

się prawa dualności w dziedzinie fizyki akustyczny wskazuje, że
mamy tu i elementy dualne i dualne działania. Elementy dualne, to
elementy będące względem siebie w stosunku ~~całości do składnika~~, konkretu
do abstraktu, substancji do cechy, całości do składnika. W dziedzinie
akustyki są (całościowe) złożone dźwięki i ~~składowe tony~~ proste, sinusoidalne
tony. Każdy dźwięk zawiera w sobie, jak wiadomo, szereg tonów
składowych, a wśród nich na pierwszym miejscu, ton składowy „zasadniczy"
o częstości drgań (np. a) równej częstości drgań samego dźwięku (a). Mamy tu
(wykrytą przez geometrię kategorialną)
realizację tej jakościowej struktury, o której wyżej wspominaliśmy,
stwierdzającej równowartość całości i pewnego jej składnika
~~dualnej~~ struktury (a < a), jeszcze dalej od pustej (~~nic~~ nic nie mówiącej ~~nam~~) tożsamości (wzór a = a),
~~której~~ jaką ~~zresztą właśnie miał~~ przywykliśmy widzieć w tym wzorze. Również
i dualne działania (logiczno-geometryczne), działania prowadzące do znajdywania elementów
maksymalnie wspólnych (ab) (tak ważnych, jeśli chodzi o harmonię muzyczną) i minimalnie całościowych (a+b) znajdują
zastosowanie w akustyce fizycznej, przyczem ~~te elementy~~ iloczyn i
suma ~~jakościowa~~ występują tu w swych ilościowych odwzorowaniach,
jako największy wspólny dzielnik i najmniejsza wielokrotna częstości tonów. ~~I już~~ Już
sam ten fakt, że ~~między~~ jakościowa suma i jakościowy iloczyn mają
swe odpowiedniki ~~liczbowe~~ liczbowe prowadzi z konieczności do wniosku,

x) na stronicy ~~to~~ drugiej

Biorąc jeszcze pod uwagę, że ton
negatywny a' będzie to ton o częstości
~~będący odwrotnością częstości a, drga ton o częstości~~ $\frac{1}{a}$
i że zawieranie się tonu b w a oznacza, że częstość b jest wielokr. częstości a

(B. Bornstein L'Architektonique du monde. t. II. Rozdział I i II: Logika tonów harmonicznych. Biblioteka Uniwersytetu Libera Polonia. Warszawa 1935.)

13

Na tym jednym przykładzie widzimy, że jakościowo-matematyczne, geometryczne i algebraiczne struktury odnajdują się w świecie fizycznym, a nawet mają tam swe odpowiedniki w dziedzinie liczb.[x] Przytem pewne odwzorowania ilości arytmetyczne form jakościowych mogą doprowadzić do odkrycia nowych, nieznanych dotychczas, choć elementarnych twierdzeń arytmetycznych. Tak np. przyporządkowuje iloczynowi logicznemu – średnią arytmetyczną i zgodnie z tem przyporządkowuje sumie logicznej – średnią harmoniczną, t. zw. zaś średniej neutralnej – śr. ... ;

Widzimy, że kategorjalna geometrja algebraiczno-logiczna i ontologiczna jest nauką o bycie uniwersalnym, o tyle ogólnobytowym, że prowadzi nas nietylko wzwyż do zasad naczelnych świata, lecz i do struktur uniwersalnych, ogólnobytowych, które zasięgiem swym obejmuje zarówno świat ducha, jak i świat fizyczny, i tą swą uniwersalnością ostatecznie zdradza swą filozoficzną naturę: γέγονε τὰ μαθήματα τοῖς νῦν ἡ φιλοσοφία (Aryst. Metaf. A, 9, 992a, 32).

Przypominają się słowa Arystot. (Metaf. A, 9, 992a) o najdoniosłejszej Akad. Platońskiej:

Matematyka staje się tu filozofją i, co ważniejsza, filozofja staje się nauką ścisłą, matematyczną.

– mamy „matematyczną" formułę logiki algebraicznej, odpowiadającą podstawowym ... w ..., jakościowo-ilościowych struktur, ... elementy ...

---

x) ~~W~~ Jeżeli chodzi o odwzorowanie liczbowe sumy i iloczynu i sumy jakościowej to odwzorowanie zapomocą największego wspólnego dzielnika i najmniejszej wielokrotnej (J. Cantor, Dedekind) nie jest bynajmniej jedyne. Możemy również odwzorować te jakościowe formy w dziedzinie liczbowej, przyporządkowując im średnią arytmetyczną i średnią harmoniczną, podczas gdy trzecia średnia pytagorejska: średnia geometryczna odpowiadająca ~~temu~~ stosunkowi logicznemu, ~~który niezależności elementów~~ ~~między~~ ~~a i b~~, w ~~wyrażającemu się w~~ neutralności elementu a względem b i b' ~~(b i b elementu b względem a i a')~~ +) (ten właśnie stosunek neutralności ~~współrzędny~~ (—$a \not< b$, $b \not< a$, $a \not< b'$, $b' \not< a$—) a wzgl. b i b' charakteryzuje nasz rys. 5). Dzięki temu odwzorowaniu (przyczem b' odwzorowuje się przez $\frac{b'}{b}$) udało się nam wykryć szereg dotychczas nieznanych, choć elementarnych twierdzeń arytmetycznych, wiążących trzy średnie pytagorejskie. Najprostsze z nich brzmi w ten sposób: „Jeżeli a jest średnią geometryczną między b i c, to średnia arytmetyczna ze średnich harmonicznych z a i b oraz a i c jest równa a, i odwrotnie"; dualnie zaś: „Jeżeli a jest średnią geometryczną między b i c, to średnia harmoniczna ze średnich arytmetycznych z a i b oraz a i c jest równa a, i odwrotnie" (B. Bornstein. Geometrical logic. The structure of thought and space. Bibliotheca Universitatis Liberae Polonae. Warszawa 1939.)

VV Twierdzenia te są odwzorowaniem (dualnym) zasady dichotomji: $a = (a+b)(a+b')$ i $a = ab + ab'$ z uwzględnieniem warunku ich odwzorowania, polegającego na tem, że a jest tu neutralne wobec b i b' oraz przy możliwem tu uogólnieniu $b' = 1/b$ ~~na~~ dowolne c.

1 **Logika dialektyczna a logika matematyczna**

Momenty dialektyczne w logice matematycznej.

Logika dialektyczna wiedzie swój początek z filozofji Platona. Wszystkie wieków i tysięcy starożytności ona jakgdyby porzuca logiki arystotelesowskiej, od czasu do czasu i bierze górę nad swoją rywalką i wysuwając się na plan pierwszy, jak n.p. w neoplatonizmie i w filozofji Odrodzenia. Swój punkt szczytowy osiągnęła logika dialektyczna w filozofji Hegla. Zasadniczą cechą różniącą ją od logiki arystotelesowskiej jest to, że uznaje ona i głosi ważność łączenia się przeciwieństw x), czemu właśnie w sposób najbardziej stanowczy zaprzecza logika arystotelesowska, uważając że takie łączenie się przeciwieństw podkopuje i unicestwia podstawową zasadę naszej myśli logicznej, zasadę (właściwie wyłączonej sprzeczności czyli niesprzeczności). Różnica zasadnicza między logiką dialektyczną a logiką arystotelesowską da się najlepiej znacznego ..., gdyż w logice dialektycznej występują nie tylko, jak to zwykle bywa, łączenie się przeciwieństw, lecz i ich zawieranie się w sobie, tak że element pozytywny zawierać się będzie w negatywnym, lub negatywny w pozytywnym. Będzie się wydawało, że zasada (nie)sprzeczności bezużyteczna wtedy

(negatywnych w stosunku tego stanu znaczenie)

---

x) Ścisłej elementów przeciwstawnych, zarówno przeciwnych (biegunowych), jak i odcinania negatywnych.

silniejszej jeszcze obawy, niż w przypadku samego tylko łączenia się ~~tylko~~ przeciwieństw.

Logika matematyczna, będąca ~~rozwinięciem~~ kontynuacją i udoskonaleniem formalnej logiki Arystotelesa, odrzuca ~~tej~~ podobnie jak i tradycyjna logika arystotelesowska ~~tej~~ możliwość łączenia się i walki przeciwieństw, a tym bardziej możliwość zawierania się w sobie elementów przeciwnych i ich walki, i wobec tego staje w opozycji względem logiki dialektycznej, ~~w której istocie tkwi jarzmo~~! która z istoty swej, jakoby, musi się sprzeniewierzać zasadzie sprzeczności. Przytem, ~~zarzut~~ nieuznawanie zasady sprzeczności przez logikę dialektyczną nie jest bynajmniej wysuwane tylko przez jej przeciwników, logików tradycyjnych czy matematycznych. Sami logicy dialektyczni ~~zgadzają się z tem~~, i zarówno autoramentu idealistycznego, jak i materialistycznego – zgadzają się naogół z tem, że logika dialektyczna jest logiką niewzruszonej treści sprzeczności, tylko że tego, oczywiście, nie uważają za zarzut, lecz za ~~rzecz~~ jej zaletę, gdyż, ~~iże~~ według ich zdania, sama rzeczywistość pełna jest sprzeczności i dzięki tej właściwości ~~gra sprzeczności~~ ~~tkwi w niej~~ jest ona ożywiona życiem, ~~rozwojem~~ rzeczywistości żywej, rozwijającej się i postępującej naprzód. Prawdziwie więc logika ~~którą~~, a ~~nawet~~ żywa taka, która może odzwierciedlać rzeczywistości w jej ruchu i zmienności, ~~musi to~~ musi być logiką sprzeczności – tak twierdzą logicy dialektyczni, widząc w niesprzeczności logiki formalnej źródło jej martwoty i ~~oderwania od życia~~ abstrakcyjności.

3)

Otóż przedewszystkiem chcemy pokazać, że w logice matematycznej, która się słusznie uważa za skarbnicę prawdy logicznej, reprezentowanej przez zasadę sprzeczności, tkwią wyraźne momenty dialektyczne.

A więc przedewszystkiem mamy w algebrze logiki wzór:

$$a + a' = 1$$, który w połączeniu z wzorem dorzutym

$$a . a' = 0$$

stanowi t. zw. definicję elementu negatywnego (a'). Jedność (1) jest tu pełnią logiczną, maximum logicznem, 0 zaś jest logicznem minimum. x) Otóż pierwszy z tych wzorów nie jest niczem innem, jak stwierdzeniem, że przeciwieństwa (a i a') łączą się dodatnie i że to połączenie elementu przychylnego (a) i negatywnego (a'), tezy i antytezy, daje syntezę w postaci elementu maximum 1). Jest to więc wzór wyraźnie dialektyczny.

Weźmy przykład z dziedziny nauki o barwach, który nam pokaże, że ta logika dialektyczna w postaci matematycznej ma przedmiotowe, realne znaczenie. !x)

Rozpatrzmy naprzód bliżej ten przykład barw dopełniających się, czerwonej i zielonej (a) (a').

Jak wiadomo, dwa promienie barwne dopełniające się w złączeniu dają barwę białą (z odcieniem szarym), dopełniają się dodatnie do barwy białej, tj. ogarniającej wszystkie;

(w grę nie wchodzi tu z gry nie logika (zdań), lecz logika pojęć (nazw);

x) Zwracamy tu uwagę na to, że pojęcia przeciwne ... znaczenie ... pojęć.

Znak + oznacza u nas koniunkcję, znak zaś X – dysjunkcję („lub", „to, co jest wspólne")

V x) aż wreszcie przekonamy się, że znajdują się one względem siebie w stosunku pojęć do negacji.

zawierającej wszystkie barwy, a więc będącej maximum barwnem (1). ~~Idealnie~~

Jeśli się zmieszamy ~~dopełniające~~ barwniki (a i a'), odpowiadające dopełniającym

się promieniom barwnym, to otrzymamy już nie barwę białą, maximum barwne,

lecz barwę czarną, barwne minimum (0) ~~Jak widzimy, albowiem~~ Każdy (bo [illegible])

barwnik ~~odbija~~ wszystkie promienie, które drugi barwnik pochłania a nie odbija; dają ~~te dwa~~ barwy

te w barwnikach anulują się wzajemnie, nie mając z sobą nic wspólnego. Widzimy tu, że

barwy-promienie łączą się tu zasadniczo odmiennie niż barwy substancyje, jak to

słusznie określił Herman Helmholtz, odróżniając „additive Farbenmischung" i

„subtractive Farbenmischung", które ~~całkowicie~~ najściślej odpowiadają logicznym

połączeniom dodawczym (+) i mnożnym (x). ~~[illegible]~~ Przykład powyższy

~~[illegible]~~ przedstawia odwzorowanie dwóch wzorów logiki matematycznej

w dziedzinie ~~realnej~~ w dziedzinie barw: Barwy dopełniające czerwona i zielona spełniają owe warunki, wyrażone

w tych wzorach, (będących określeniem negacji) z czego wynika że barwa zielona jest negacją barwy czerwonej (i tak wzajemnie).

// Rezultat otrzymany nie dziwi nas zupełnie, albowiem i w logice matematycznej ~~[illegible]~~

~~negatywny w stosunku pozytywny i negatywne noszą nazwę~~ negacja

często nosi nazwę „dopełnienia"; [co wyraźnie wskazuje na, że [illegible]] ~~[illegible]~~

Barwa czerwona (a) + barwa zielona (a') = barwa biała (1)

Barwnik czerwony (a) x barwnik zielony (a') = barwnik czarny (0)

~~i w logice matematycznej przeciwieństwa łączą się mnożąc i łącząc się.~~

jako niebezwzględny pozycje, lecz jako coś z nim równorzędnego.

~~Pacn. ke~~ Podamy teraz wzór ~~ta~~ algebry logiki, który świadczy o tem, że i w logice matematycznej ~~mamy~~ spotykamy również i wyższy stopień nasilenia dialektycznego; kiedy to negacja pojęcia mieści się w jego pojęciu. Mamy bowiem stosunek:

$0 < 1$, czyli

minimum logiczne zawiera się w maximum logicznem. Nie nastręcza to żadnych trudności reflexyj, póki nie bierzemy pod uwagę strony, w jakiej są zwykłymi elementy 0 i 1. Jeśli jednak zastanowimy się nad tym stosunkiem, to ~~[illegible]~~ uzyskamy [illegible] ważne wnioski w interesującej nas kwestji.

Otóż 0 jest negacją 1, jak to powszechnie wiadomo.x) ~~i co wynika z określenia wzorów następujących: $0 = aa'$ a więc $0' = (aa')' = a'+a = 1$.~~ Cóż to znaczy? Znaczy to, że we wzorze $0 < 1$ ~~[illegible]~~ mamy moment dialektyczny wyższego napięcia, zawiera się negacja pojęcia w jego pojęciu.

Tych kilka przykładów wystarczy, aby stwierdzić niewątpliwe istnienie momentów dialektycznych w logice matematycznej. A jednak ~~logika~~ zwykła algebra logiki ~~matematyczna~~ słusznie ~~nie~~ uważa się za system niesprzeczny, ~~nie~~ będący w całkowitej zgodzie z zasadą (wyższą) sprzeczności. Z tego już widać, że iunctim ustanowione zarówno przez logików dialektycznych jak i ~~po~~ matematycznych między ~~łączeniem się [illegible]~~ przeciwieństw — istotą logiki dialektycznej — i nieważnością zasady sprzeczności jest błędne i nie do utrzymania.

---

x) Wynika to z wzorów następujących: ~~$0 = aa'$~~, a więc $0' = (aa')' = a'+a = 1$
$1 = a+a'$, więc $1' = (a+a')' = a'.a = 0$

Rozbieżność (przykładową) jaskrawą ~~Spór~~ między logiką dialektyczną i logiką matematyczną daje się sformułować w ten sposób: ~~gdzie~~

pierwsi twierdzą: istnieje łączenie się przeciwieństw, a więc zasada sprzeczn. nie obowiązuje ~~jest nieważna~~

→ drudzy „ : zasada sprzeczności obowiązuje, a więc łącz. się przeciw. nie istnieje.

Postaramy się wykazać, że w obydwu przypadkach to „a więc" jest błędne i i że dialektyczna zasada łączenia się przeciwieństw, gdzie się ją uściśli, da się pogodzić z zasadą sprzeczności.

~~Przedmiot Nauczanie w tym~~ Zasada sprzeczności głosi, że z dwu zdań:

(1') S jest P (= S posiada cechę P) i

(1'') S nie jest P (= S nie posiada cechy P)

oba nie mogą być prawdziwe, lub w ~~rozumieniu~~ transpozycji ontologicznej:

Ten sam przedmiot (S) nie może (równocześnie i pod tym samym względem) posiadać cechy P i jej ~~nie posiadać~~ cechy P. W tem sformułowaniu zasada sprzeczności jest oczywista i nie podlega wątpliwości.

~~Nauka Materializm dialektyczna~~ (Zasada łączenia się przeciwieństw głosi, że dwa sądy:

(2') S jest P (= S posiada cechę P)

(2'') S jest P' (= S posiada cechę P', gdzie P' jest negacją P)

oba mogą być prawdziwe, ~~czyli~~ lub w ~~to~~ transpozycji ontologicznej:

Przedmiot S może (równocześnie i pod tym s. względem) posiadać cechę P i cechę P', (= negacji cechy P) (a więc łączyć w sobie przeciwieństwa)

Na pierwszy rzut oka wydaje się, że system sądów (1) i system sądów (2) są równoważne, albowiem sąd (2'): S jest P' ~~wydaje się~~ wydaje się być obwersją sądu (1''): S ~~jest~~ nie jest P. Gdyby tak było system sądów (2) byłby równoważny systemowi sądów (1) i oba sądy (2') i (2'') nie mogłyby być (w myśl teorji opozycji) ~~prawdziwe~~, jak tego wymaga zasada połączonych przeciwieństw. Ale tak się tylko wydaje, w istocie zaś rzecz ~~tak nie~~ jest inaczej.

Cała kwestja polega tu, oczywiście, na zrozumieniu istoty pojęcia P', ~~a więc negacji poj~~ ~~(w danym przypadku~~ pojęcia negatywnego P'. Jeżeliby P' czyli negacja P ~~ozna~~ znaczyła tylko: „nieobecność P" wtedy sąd (2''): S jest P' znaczyłby: W S jest P nieobecne, czyli S nie posiada cechy P, a więc byłby równoważny ~~równoznaczny~~ z sądem (1''). Otóż takie pojmowanie stosunku ~~cechy negatywnej do pozytywnej~~ pozycji do negacji, które moglibyśmy nazwać teorją „obecności – nieobecności" (x) względnie teorją „posiadania – nieposiadania" jest jednak zasadniczo błędne, jak to postaramy się poniżej wykazać.

---

x) ~~Nazywając tę teorję po ...~~ Nazywając ~~tę także~~ tę teorję logiczną mianem teorji „obecności – nieobecności" ~~biorę~~ czynimy (a)luzję z analogiczną teorją ~~biologiczną~~ ~~genetyka~~, ~~mianowicie teorją~~ istniejącej w genetyce, teorji Batesona, zwanej właśnie ~~t.zw.~~ teorją „obecności – nieobecności" (Presence – absence). ~~Parę genów (t.j. cech) przeciwstawnych (allelomorficznych)~~ Stosunek pary genów przeciwstawnych (zamykam...

Jeżeli w logice ~~klasycznej~~ tradycyjnej dla oznaczenia negacji elementu P wystarczało ~~także~~ poprzedzić go partykułą nie (P' = nie-P), ~~to w logice matematycznej mamy do o której najważniejszą myśl~~ co Tatko już wyraził ścisłą myśl, że negacja P polega na nieobecności P, to w logice matematycznej sprawa elementu negatywnego przybiera postać o wiele bardziej skomplikowaną a równocześnie ~~i to~~ o wiele bardziej precyzyjną. Znamy już definicję elementu ~~negatywnego~~ w logice w algebrze logiki; def. ~~przy pomocy elementów pozytywnych~~, 0 i 1:

$$a + a' = 1$$

$$aa' = 0.$$

~~Element~~ Głosi ona, że element negatywny (a') względem pozytywnego (a) jest to taki element, który w dodatnym łączeniu z el. pozyt. wypada 1 (t.j. el. maximum), w złączeniu zaś mnożnym daje 0 (t.j. el. minimum). ~~Warunkom tym odpowiadają np. pojęcia zespół „czerwień"~~

---

czerw.) przedstawiał sobie Bateson w ten sposób, że gen pozytywny ~~wrażenie~~ polega na ~~odpowiada~~ obecności ~~tego~~ pewnego czynnika, gen zaś negatywny ~~- nieobecność~~ ~~ni~~ jest tylko ~~wyrazem~~ jego nieobecności. Teorja ta ~~nieszczęśliwie~~ okazała się niezgodną z faktami i obecnie prawie całkowicie jest zarzucona.

~~i „zieloność" albowiem w połączeniu oddanym dają one~~

~~Jako przykład [illegible] castrowania tych [illegible] do rzeczywistości [illegible]~~

Taką parą elementów dopełniających się do I i Q jest np. para

dopełniających się barw: ~~np.~~ barwę czerwoną i zieloną. x) („Barwy ~~czerwień i zieleń~~")

~~i każdy z tych elementów (wzajem) [illegible]~~

są wszystkie w stosunku wzajem do negacji ~~[illegible] elementu ... do Q.~~

Czy stosunek ten może być pojęty jako stosunek: „obecność – nieobecność"?[2]

Oczywiście, że nie. (Istota) zieleni ~~nie jest~~ w żadnym razie nie polega ~~[illegible]~~

nieobecności czerwieni; ~~negatywny~~ zieleń, jako element negatywny, nie jest

bynajmniej prywacją tylko (~~[illegible]~~ pustym miejscem, ~~brak~~ niejasnością, lecz) posiada charakter na wskroś pozytywny, nie

czerwień (część od czerwieni różną) ~~Części~~ zieleni, które by miało znaczyć: nie-czerwień" =

znaczeniem „nieobecność czerwieni" (~~[illegible]~~) byłoby pojęciem rzecz wypaczającym

naturę przedmiotu, którego dotyczy, byłoby pojęciem zasadniczo błędnem.

A więc S są (2"): S jest P w żadnym razie ~~znaczyć~~ (tu) nie może: w S jest

P nieobecne czyli S nie posiada cechy P, S nie posiada cechy czerwieni.

S Inaczej znaczy coś innego, mianowicie: S posiada cechę zieleni, xx)

(bynajmniej) różną od czerwieni. To jednak bynajmniej nie jest ~~sprzeczne~~ wytworem z tem, że posiada

on jednocześnie cechę czerwieni. xxx)

x Ustęp [ ] ze str. 3 i 4

V) ~~[illegible] nawet nie mniej~~ pozytywny, ontologicznie, tylko za [illegible] odwrotnym

V z nieposiadaniem (czyli) cechy a przez przedmiot. ←

Widzimy więc, że sąd (2"): S jest P' nie jest równoważny sądowi (1"): S nie jest P = S nie posiada cechy P, i że w ten sposób zespół sądów (2): S jest P i S jest P' – nie jest zespołem sprzecznym, nie przeczy zasadzie sprzeczności.

Błędne więc jest iunctim między tą zasadą łączenia się przeciwieństw i nieważnością zasady sprzeczności, iunctim, które przyjmują zarówno logicy dialektyczni, jak i matematyczni.

Dialektyczna zasada połączenia się (i walki) przeciwieństw nie prowadzi do nieważności (klasycznej) zasady sprzeczności, a ważność zasady sprzeczności xx) nie wyłącza (rzeczywistej dialektycznej) zasady łączenia się przeciwieństw.

Tak oto logika dialektyczna i logika matematyczna nie przeczą sobie wzajemnie w tym miejscu. Między logikami dialektycznymi i matematycznymi może i powinna rozwinąć się współpraca, i trzeba do tego tylko spełnienia się dwóch warunków. Logicy matematyczni muszą

xx) W tym jej wyraźnym ścisłym, opartym o osiem znaczeniu, w którym tu jest pojmowana i w którym jedynie posiada pewność apodyktyczną.

x) Gdyby ktoś jednak chciał twierdzić, że mimo wszystko zieleń jest nie czerwień, i że przedmiot posiadający cechę zieleni eo ipso nie posiada cechy czerwieni, to w ten sposób uznałby niemożliwość współistnienia w przedmiocie jakichkolwiek (dwóch) wogóle cech a i b, albowiem b byłoby dla niego nie-a, i w jego rozumieniu to b, jako nie-a, byłoby sprzeczne z a. W istocie jednak to b jako nie-a znaczyć tu może tylko, że przedmiot posiada jakąś cechę b, odmienną od a i w tym znaczeniu nie-a, co oczywiście nic nie ma wspólnego z cechą a w przedmiocie

uświadomić sobie, że już we wzorach algebry logiki tkwią wyraźne dialektyczne momenty, które jednak bynajmniej nie ~~szkodzą~~ naruszają jej ~~bezsprzeczności~~ ~~charakteru bezspr.~~ wprowadzają do jej systemu elementu sprzecznego). Z drugiej zaś strony logicy dialektyczni powinni wystrzegać się niewytrzymującego krytyki ~~[illegible]~~ identyfikowania, ~~że~~ logiki dialektycznej ~~jest logiką sprzeczności~~, ~~Póki~~ Dopóki logikę dialektyczną uważać ~~będą~~ jako logikę ~~sprzeczności~~ ~~nazywać~~ dialektyczną, przeciwstawioną jako logika sprzeczności, z natury rzeczy ~~[illegible]~~ może odpychać i odpychać będzie matematyków — i nie tylko matematyków —, ~~któr~~ dla których bezsprzeczność systemu ~~jest jego~~ stanowi conditio sine qua non.

[~~przeciwności~~] ~~jako~~ logikę, nieuznającą ~~ważności~~ ~~logicznej~~ zasady (~~wyłączonej~~) sprzeczności. W ~~rzeczywistości~~ świecie realnym istnieją ~~konflikty~~ niezgodności ~~zjawisk~~ zmagania się i ścierania (~~elementów przeciwnych~~ ~~i walk~~), lecz wszystko to ~~się odbywa w obrębie~~ nie wybiega poza obręb zasady sprzeczności, ~~i nie jest z nią w niezgodzie~~. Która jest (była i będzie) podstawową, ~~niezłomną~~ oczywistą zasadą myśli naszej i świata realnego.

czynnik barwy

barwy wogóle

czynnik b. czerwony

czynnik b. ~~[illegible]~~ barwy wogóle +

" jakości b. czerwonej

O realności przedmiotów ogólnych

~~Będziemy się tu posuwać przykładowo w dziedzinie barw i ich pojęć.~~

Jeżeli porównamy z sobą np. ~~pojęcie barwności i pojęcie barwy czerwonej~~ pojęcie barwy i pojęcie barwy czerwonej, to, oczywiście, treść pojęcia „barwa" okaże się ogólniejszą t. zn. mniej określoną, niż pojęcie „barwa czerwona", które zawiera w sobie nie tylko pojęcie rodzajowe „barwa", lecz i różnicę specyficzną „czerwień", ~~które razem składają się na pojęcie-gatunek „barwa czerwona". Jeżeli~~ Gdy ~~zapytamy o odpowiedniki realne~~ różnicowego: Przez połączenie, przez współdziałanie pojęcia ogólnego, „barwa" t. zn. barwa, jako taka, „barwa wogóle" i pojęcia specyfikującego: „czerwień" powstaje pojęcie-gatunek, pojęcie już mniej ogólne, bardziej określone i bardziej konkretne, „barwa czerwona". Jeżeli teraz zapytamy, czy w mowie będące pojęcia ~~mają~~ mogą mieć odpowiedniki realne, odpowiedniki w czasie i przestrzeni, ~~przedmioty czasowo-przestrzenne~~, to usłyszymy ~~niezupełnie~~ odpowiedź, że wprawdzie barwę czerwoną spotykamy (np. w postaci ~~...~~ baloników czerwonych) w otaczającym nas świecie, lecz w żadnym razie nie spotkamy tem abstrakcyjnych ... czynników czy składników barwy czerwonej, ~~przedmiotu, który byłby tylko barwą, barwą wogóle, bez specyficznej jakości~~ pozbawionej jakiejś.

Powiedzą nam, że to ~~rozczłonkowanie~~ rozszczepienie „barwy czerwonej" na „barwę wogóle" i „czerwień", to tylko „distinctio rationis", jest dziełem naszego analizującego, ~~rozczłonkowującego~~ rozsądku, lecz że poza jego sferą, poza sferą pojęć, w świecie realnym, ~~nie może ono mieć~~ nie ma ono i mieć nie może żadnego ~~realnego~~ odpowiednika przedmiotowego. Odpowiedź ta

wydaje się całkowicie naturalną i przekonywającą, a jednak jest, jak zna, błędną, — jak to postaramy się poniżej wykazać. — Z szczególną wyrazistością błędem jest, że przedmioty ogólne mogą być realne.

Ażeby to nasze, na pierwszy rzut oka tak paradoksalne twierdzenie o realności przedmiotów ogólnych, uczynić bardziej przystępnym dla zdrowego rozsądku, który się burzy przeciwko uznaniu „przedmiotów wogóle", musimy zwrócić uwagę na to, że przedmiotów takich nie możemy w żadnym razie poszukiwać w tym samym szeregu, w jakim się znajdują przedmioty już wyspecyfikowane, bo leżą one w innym wymiarze, tak jak pojęcie rodzajowe leży w innym wymiarze, niż powstałe z niego pojęcie gatunkowe. Pojęcie rodzajowe logicznie poprzedza pojęcie gatunkowe, jest pra-gatunkiem pojęciem — jest pojęciem gatunko-twórczym, i jeżeli poszukujemy jego odpowiednika realnego, to nie szukajmy go tam, gdzie go znaleźć nie możemy, w szeregu przedmiotów już wyspecyfikowanych, lecz zwrócić się musimy do elementów, które składają się na powstanie, i tam znajdziemy, niewątpliwie, przedmioty rodzajowe, „przedmioty wogóle" i przedmioty je specyfikujące w naszym przypadku:

Istotnie, jeżeli zwrócimy się do świata organicznego, to i zapoznamy się z pochodzeniem tam barwników, to chemia fizjologiczna pouczy nas, że każdy barwnik jest rezultatem szeregu reakcyj chemicznych, których ostatnie wyrażają się przez prowadzą do utworzenia pewnej substancji bezbarwnej, t. zw. chromogenu

(?) (ogólnego)
tak że (odpowiedniku realnym pojęcia „barwa wogóle”
może być nie może
w postaci „barwnika wogóle”
(przedmiotu realnego)

(przedbarwniki) (właściwe
przedmioty [illegible] i przedmioty przekształcające się w nie barwniki). //

~~np.~~ tykocyjnę, która pod wpływem enzymu ~~czynnika~~ utleniającego (oksydazy) przekształca się na barwnik właściwy. A więc ~~chromogen~~ z współdziałania chromogenu czyli substancji barwnikorodnej i czynnika, który go specyfikuje, powstaje barwnik ~~(np. barwa czerwona)~~ (~~czy barwnik wogóle~~) tak z jak z ~~gatun~~ rodzaju, pojęcia gatunkotwórczego barwy wogóle i pojęcia (~~barwnej~~) jakości ~~różnicy~~ specyficznej powstaje pojęcie barwy określonej ~~konkretnej~~. Bez udziału chromogenu, tj. ~~substancji~~ przedbarwnika czy barwnika wogóle (i odpowiedniej oksydazy) nie powstanie żaden barwnik właściwy. „Barwy" Jak z pojęcia barwy wogóle przy współdziałaniu pojęć rozmaitych (barwnych) jakości specyficznych powstają pojęcia rozmaitych ~~barwy~~ gatunków barw, mające one jako swą wspólną podstawę „to właściwie przedgatunkowe, rodzajowe pojęcie „barwy wogóle", tak samo z danej substancji barwnikorodnej przy współudziale rozmaitych oksydaz powstają rozmaite gatunki barwników, mające jako swą wspólną podstawę, ~~tę substancję~~ ten przedbarwnik, ten „barwnik wogóle". ~~bez którego nie powstają~~ #

Widzimy tu „przedmiot ogólny" ~~w całej jego realności~~, jako przedmiot (substancjalny, w pełni) realny, przytem samodzielny i pierwszy; ~~„przedmiot ogólny"~~ on ~~odpowiednik realny~~ pojęć ogólnych najmniej do jakiejś wyjątkowej ~~specjalnej~~ sfery ontologicznej, a ~~ten~~ ogólność jego posiada charakter funkcjonalny mianowicie generujący, gatunko-twórczy, tak samo rzeczy zupełnie jak ~~ogólność~~ pojęcia widzimy u pojęć ogólnych.

Barwa wogóle nie jest barwą (barwnik)

W świecie roślinnym i zwierzęcym nie powstanie żadna barwa bez udziału tego „barwnika wogóle", tego przedbarwnika. ~~A ten~~ Także „barwnik wogóle", ~~nigdy~~ ten chromogen nie powstanie nigdy bez udziału odpowiedniego genu, t. zw. genu podstawowego barwy czyli genu „barwy wogóle". Genetyka uczy nas, że geny ~~barw specyficz~~ jakości barwnych (czerwieni, zieleni, niebieskości i t. p.) nie wystarczają do tego, by organizm, w którego genotypie ~~komórkach~~ się znajdują, ujawniał ~~posiadał~~ odpowiednią barwę. Potrzebny tu jest jeszcze koniecznie gen dodatkowy, uzupełniający, pierwszorzędny, ten właśnie gen podstawowy, gen „barwy wogóle", gen C. ~~On~~ On to właśnie kieruje w rozwoju ontogenetycznym zwierzęcia czy rośliny ~~osobnika~~ powstaniem chromogenu, bez którego niema właściwego barwnika organicznego, niema zabarwienia. ~~Jeżeli w genotypie zwierzęcia czy rośliny istnieje~~ Tak oto widzimy, że rozdzielanie? syntetyczne ~~wyróżnianie pojęciowe~~ gatunku z ~~w~~ rodzaju i różnicy gatunkowej nie jest tylko ~~pojęciowem~~ dziełem naszego [illegible], ~~że i przyroda~~ przyroda buduje gatunek z substancji rodzajowej, gatunkotwórczej i substancji ~~specyfikującej~~ te ~~„ogólnej~~ ten substrat ogólny. Mamy więc w przyrodzie nie tylko przedbarwniki, „barwniki wogóle", lecz i warunkujące powstawanie tych barwników podstawowe geny „barwy wogóle". (barwy, geny „barwy jako takiej")

Między umysłem naszym a rzeczywistością ~~istnieje tu~~ naprawdę stwierdzamy ~~tu~~ doskonałą odpowiedniość, wyrażającą się tu w tem, że pojęciu ogólnemu, ~~odpowiad~~ rodzajowemu ~~odpowiada~~ w rzeczywistości „przedmiot ogólny", rodzajowy ~~odpowiada~~ który może - jak to widzimy - występować nawet w dwóch postaciach. Rozpatrzenie wzajemnego stosunku tych dwóch postaci „~~przedmiotów ogólnych~~" wybiega jednak już poza ramy niniejszego komunikatu.

V nie tylko w naszym umyśle, lecz i w świecie realnym istnieją rodzaje i gatunki, i że ~~się~~ przyroda tak samo składa gatunki z rodzajów i różnic gatunkowych, jak i my to czynimy. W ~~związku z tem~~ ~~tem sposób~~ — — — pojęciu ogólnemu . — — — .

gen barwy wogóle   gen ~~barwy~~ jakości barwnej

barwnik wogóle + ferment → barwnik właściwy

oxydaza

czynnik barwiący

---

2) W. Gajewski, Genetyka, 1947, część pierwsza str 29-31
S. Skowron, Zarys nauki o dziedziczności, 1947, str 108-110
~~A. Kühn~~

~~O realności przedmiotów ogólnych~~

Ta sama dziedzina barwników organicznych dostarczy nam jeszcze dalszych dowodów tego, że przyroda – a nie tylko umysł ludzki – wyróżnia „~~barwę wogóle" od barwy~~ w barwie określonej jako jeden z jej integralnych czynników „barwę wogóle". Sprawa mianowicie przedstawia się w ten sposób, że ~~po~~ ~~XX~~ ~~kilkudziesięciu z górą lat temu~~ analiza genetyczna wykazała ~~XX~~, iż istnieć musi pewien podstawowy gen barwy, ~~gen~~ bez którego żadna barwa wystąpić nie może. Barwa ~~z~~ przejawi się w fenotypie rośliny czy zwierzęcia wtedy dopiero, gdy gen ~~barwy~~ ~~specyf.~~ specyficzny (jakości barwnej) (czerwieni, zieleni, szarości i t.p.) będzie uzupełniony przez ten gen podstawowy, gen „barwy wogóle". Bez tego „genu „barwy wogóle" gen specyficznej jakości barwnej nie ~~po~~ będzie mógł się przejawić, powstanie [illegible], jak również i gen „barwy wogóle" nie wywoła zabarwienia bez genu specyficznej jakości barwnej. 3) ~~2)~~ Dopiero z współdziałania tych dwóch czynników ~~gen~~ otrzymamy jako rezultat barwę określoną, one to bowiem wspólnym działaniem ~~spowodują~~ pojawienie się owego fermentu utleniającego (oksydazy), o którym już wiemy, że zamienia ~~tk~~ ostatecznie przedbarwnik na barwnik właściwy. 3) Widzimy tutaj, jak to nie tylko umysł ludzki rozszczepia ~~pojęcie~~ barwę określoną na „barwę wogóle" i specyficzną jakość barwną, lecz że czyni to i przyroda

~~O realności przedmiotów ogólnych~~

wprowadzając w grę przy ~~tworzeniu się~~ ~~powstawaniu~~ ontogenezie barw organicznych ~~go~~ nie tylko geny ~~tea~~ jakości specyficznych barwnych, lecz i geny „barwy wogóle", ~~geny~~ nie tylko geny różnic specyficznych, lecz i geny rodzajowe. Między wszystkiem naszym a rzeczywistością raz jeszcze stwierdzamy ~~tę~~ doskonałą odpowiedniość, wyrażającą się tu w tem, że nie tylko w naszym umyśle, lecz i w świecie realnym istnieją rodzaje i gatunki, i że przyroda tak samo składa gatunki z rodzajów i różnic gatunkowych, jak i my to czynimy. W ten sposób pojęciu ogólnemu, rodzajowemu odpowiada w ~~rzeczywistości~~ świecie realnym przedmiot ogólny, rodzajowy V. ~~tylko że~~ Szukać go wobec tego ~~jednak~~ trzeba nie wśród przedmiotów już wyspecyfikowanych, lecz wśród czynników, ~~integralnych~~ ~~warunkujących~~ składających się na powstanie tych przedmiotów gatunkowych. Tam ~~ob~~ ~~znajdziemy~~ jest miejsce kategorjalne tego przedmiotu – rodzaju, ~~tego przed przedmiotu~~ tych „przedmiotów wogóle", przedmiotów realnie i samodzielnie istniejących, ~~choć~~

~~w [illegible]~~

V do przedmiotu „właściwego" (gatunkowego) jeszcze niedorozwinięty.

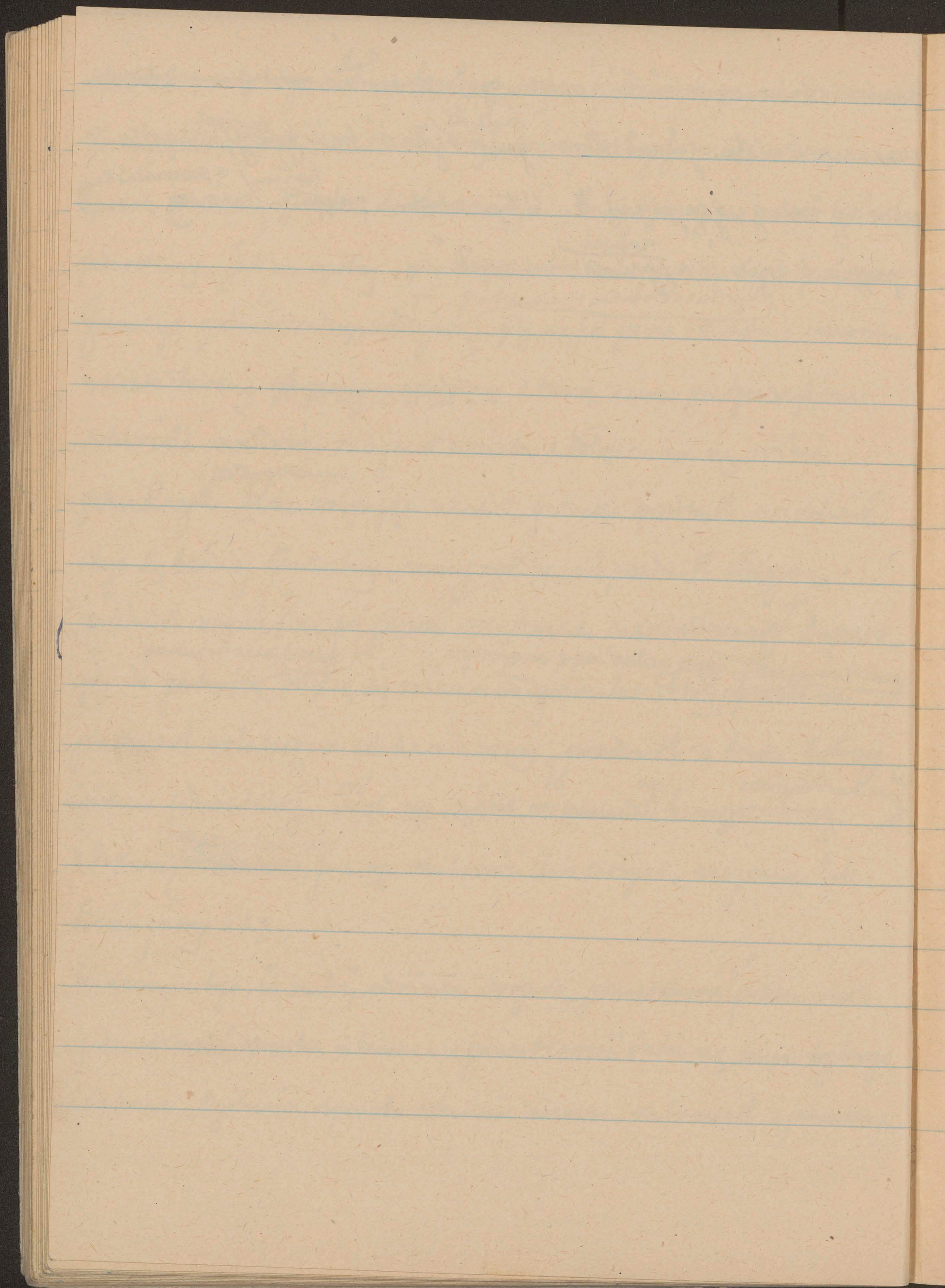
Kategorje ilości w jakościowej postaci: ogólność, szczegółowość, jednostkowość

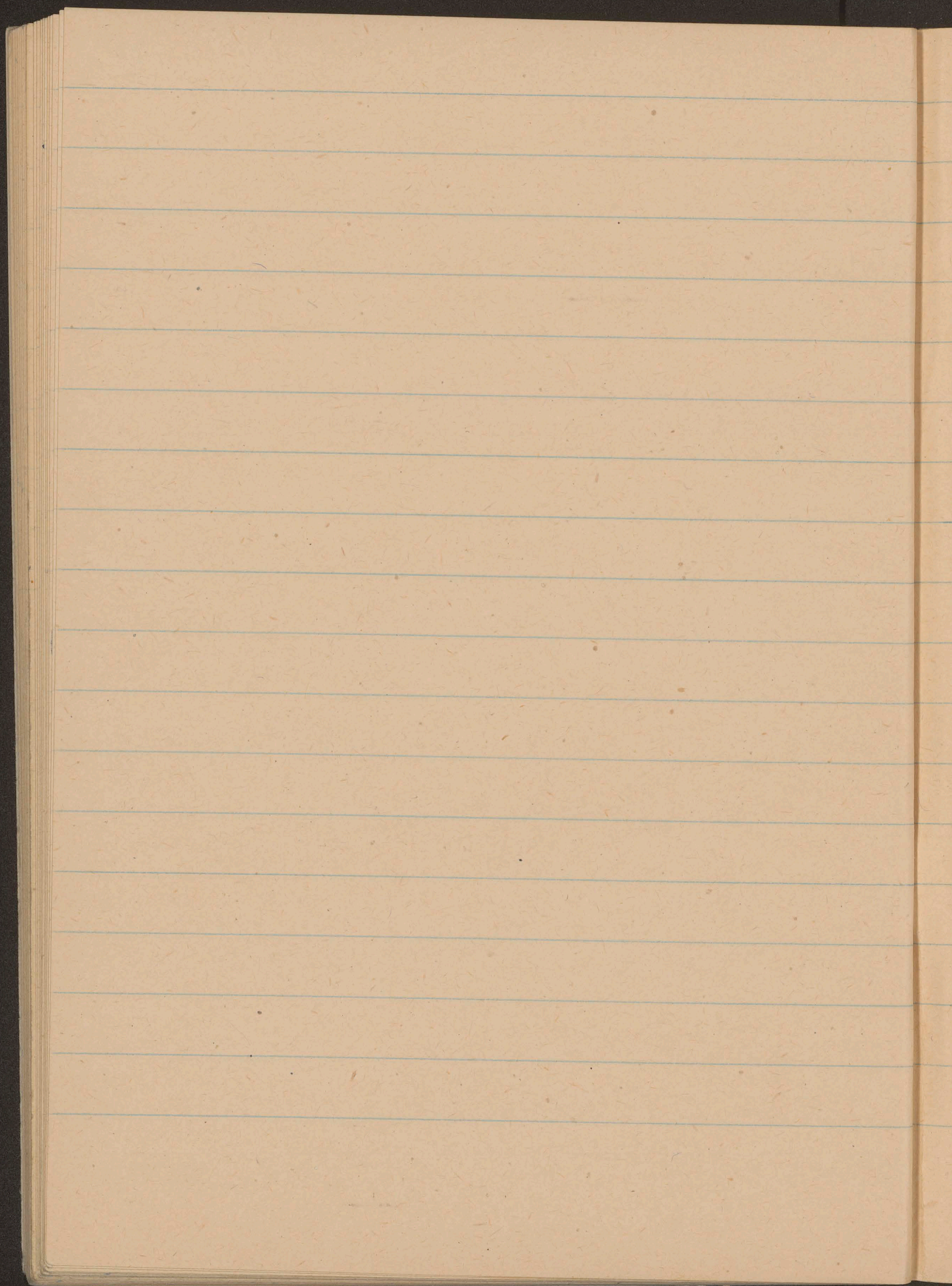
Musimy tu jednak usunąć jedno nieporozumienie — Otóż nasuwa się tu pytanie: jakie to przedmioty ogólne istniejące mogą być przedmiotami realnemi, kiedy, niewątpliwie, wszystko, co istnieje realnie istnieje sposobem jednostkowym (zresztą dotyczy to również i bytowania pojęć).[2] Odpowiedź na to pytanie była już zaznaczona powyżej, kiedy to powiedzieliśmy, iż przedmiot ogólny „nie należy bynajmniej do jakiejś wyjątkowej sfery ontologicznej, lecz ogólność jego posiada charakter funkcjonalny, mianowicie gatunkowo-rodzajowy, tak samo zresztą napełnia jak to widzimy w pojęciach ogólnych". A więc „ogólność" nie jest ~~sposób~~ jakimś specjalnym sposobem bytowania przedmiotów, sfery ontologicznej bytowania ogólnego niema i być nie może: wszelki przedmiot istnieje sposobem jednostkowym. Dlaczego jednak mówimy (możemy mówić) o pojęciach ogólnych i o ogólnych przedmiotach realnych?[2] Otóż dlatego, że „ogólność" oznacza tu nie modus essendi przedmiotu, lecz funkcję, jaką on

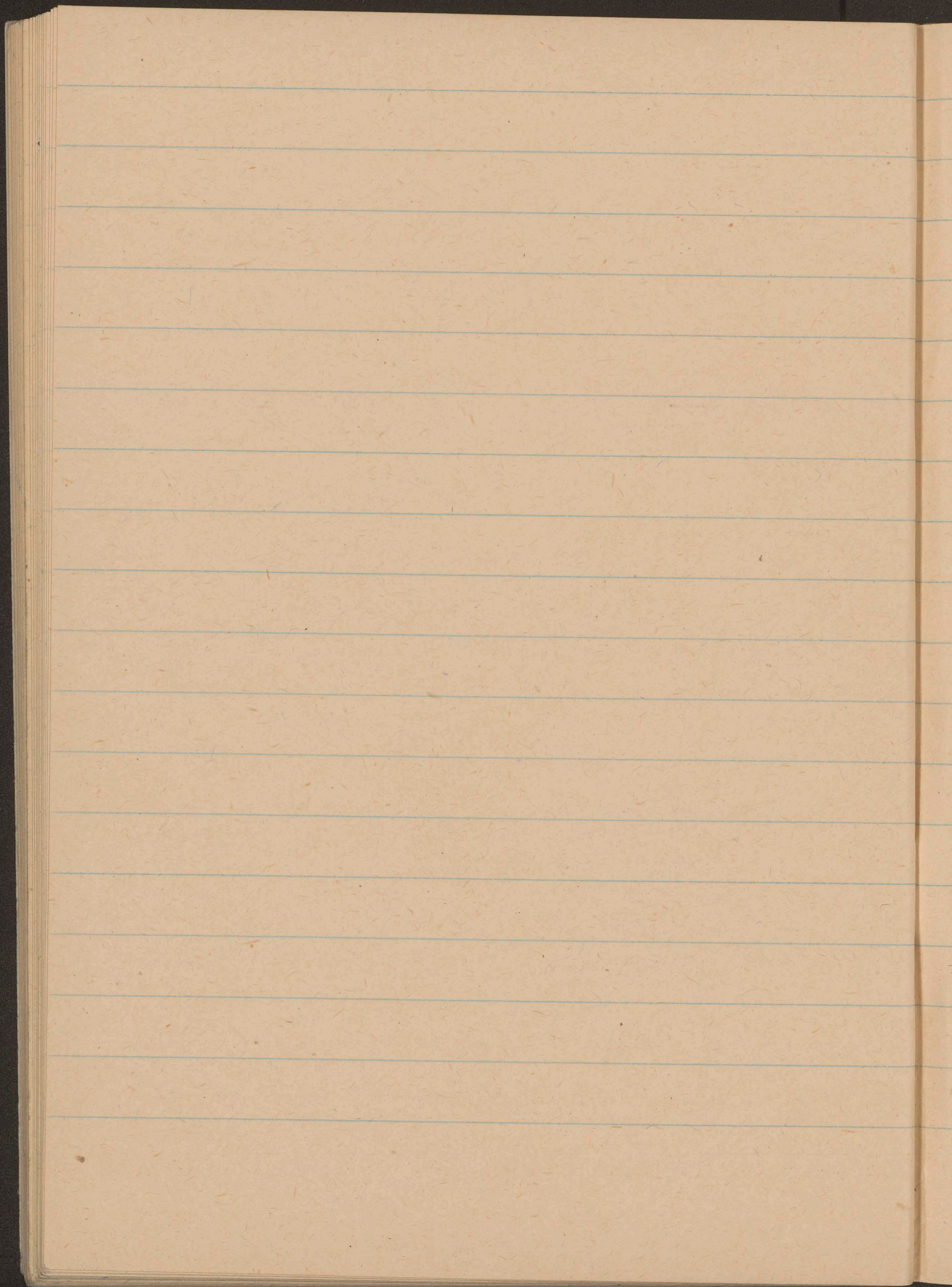
spełnia, rolę w jakiej występuje, „~~miejsce jakie zajmuje~~" na drodze ~~konstytuowania się~~ genezy przedmiotów – to treść bytu, to jego sens, nie zaś sposób istnienia. // A treść ta, ten sens bytowy może być ogólny, może być i jednostkowy. Jest on ogólny, gdy przedmiot (realny czy idealny) spełnia funkcję ~~gatunkorodną~~, rodzajową + gatunko- i jednostkorodną, gdy nie jest jeszcze ostatecznie ~~określony~~ ukształtowany ~~pod pewnym względem~~ i tkwią w nim pod tym względem wielorakie możliwości rozwoju w związku z dołączaniem się różnic gatunkowych i jednostkowych. ~~[Lecz występuje w znak „gatunku" przedmiot, aczkolwiek staje się bardziej konkretny, mniej ogólny, niż przedmiot rodzajowy – („przedmiot w ogóle") nie jest jeszcze ostatecznie ukształtowany]~~. Dopiero, gdy do ~~gatunku~~ jakości specyficznej dołączą się różnice indywidualne, wywołane przez dalsze geny w okresie ontogenezy, ~~wtedy powstanie~~ przedmiot ostatecznie zdeterminowany, przedmiot o treści bytowej istotnie jednostkowej. ~~Tak~~ np. Będzie ~~on posiadał~~ ta np. indywidualizującą barwę czerwoną z takimi np. ~~odcieniami~~ mianami, jak ~~np.~~ matowość lub połysk, nasycenie lub odcień jasny i t.p.

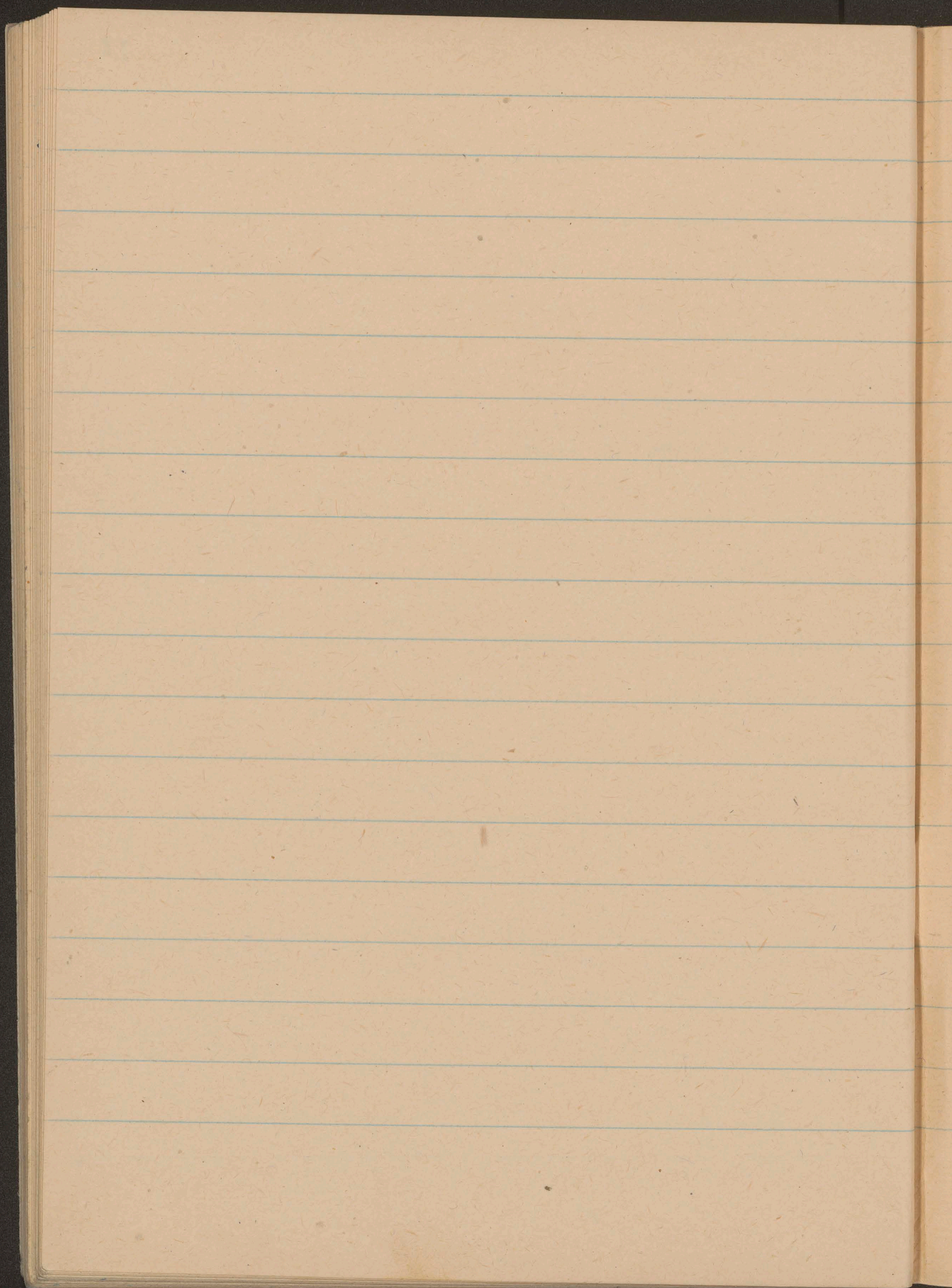
Widzimy z tego, że należy odróżnić dwojaką „jednostkowość" przedmiotów: jednostkowość sposobu istnienia i jednostkowość treści czy sensu ~~bytowego~~ istnienia. „Ogólności" sposobu istnienia nie ma, natomiast z jednostkowym

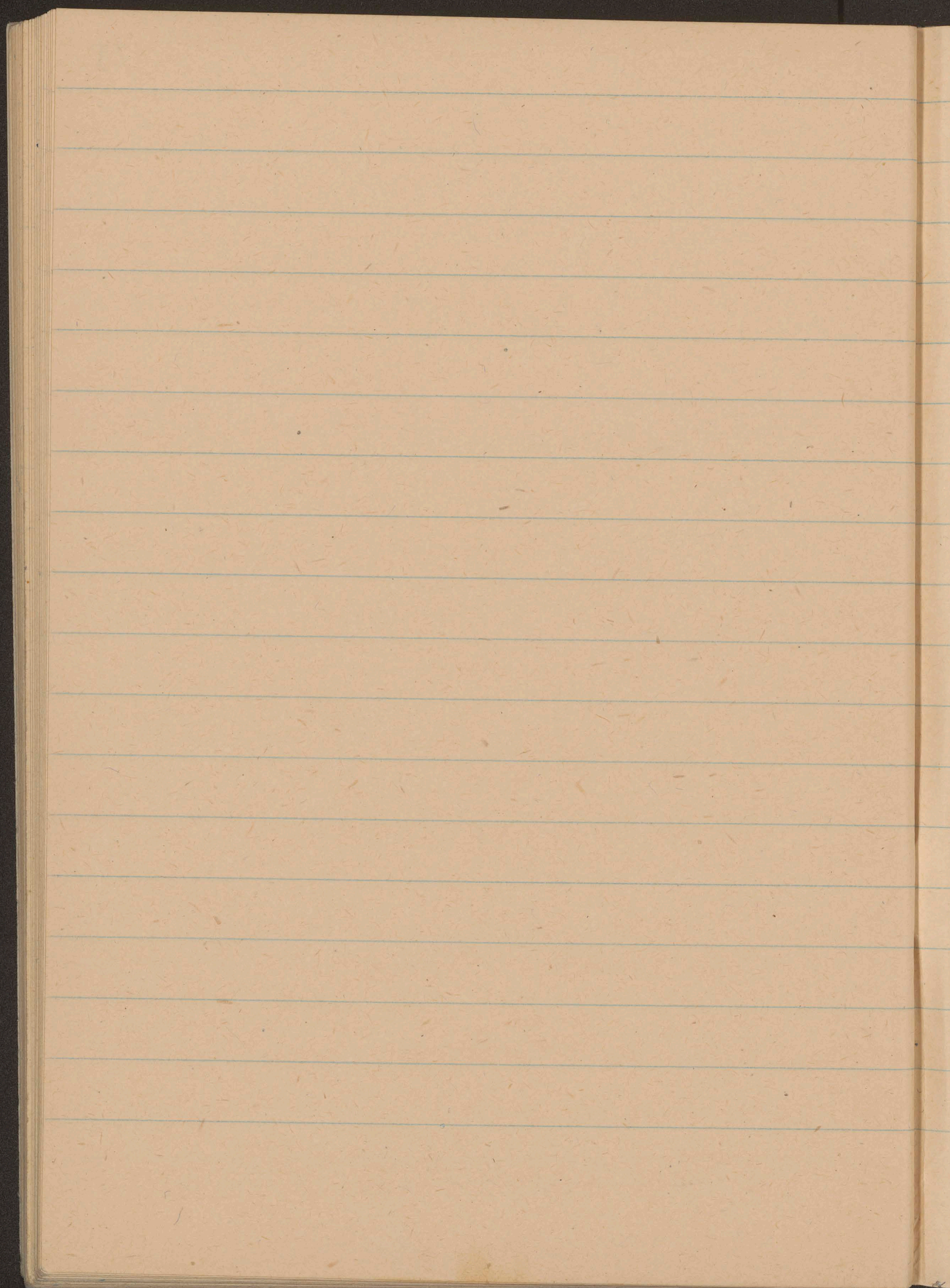
~~sposobem~~ istnienia może się w parze „~~ogólność~~ bądź ~~zarówno~~ ~~[illegible]~~ ~~nowanie przedmiotu~~ jednostkowość, bądź też ~~jak i~~ ogólność treści tychowej (wszystko jedno czy realnej czy pojęciowej) ~~[illegible]~~. W tym ostatnim przypadku (~~mówimy~~ mówimy o „pojęciach ogólnych, o „pojęciach wogóle" i o „realnych przedmiotach wogóle".

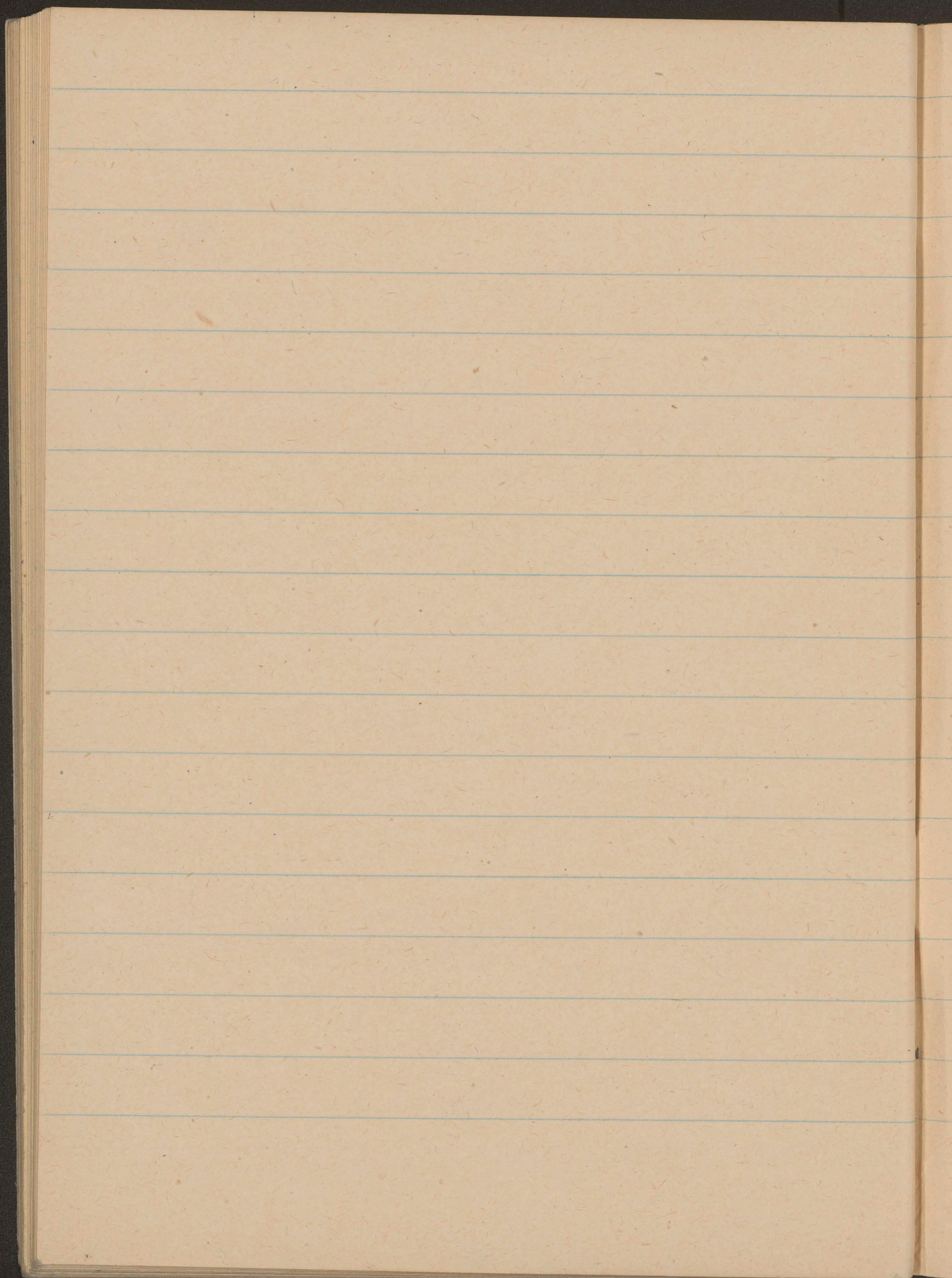


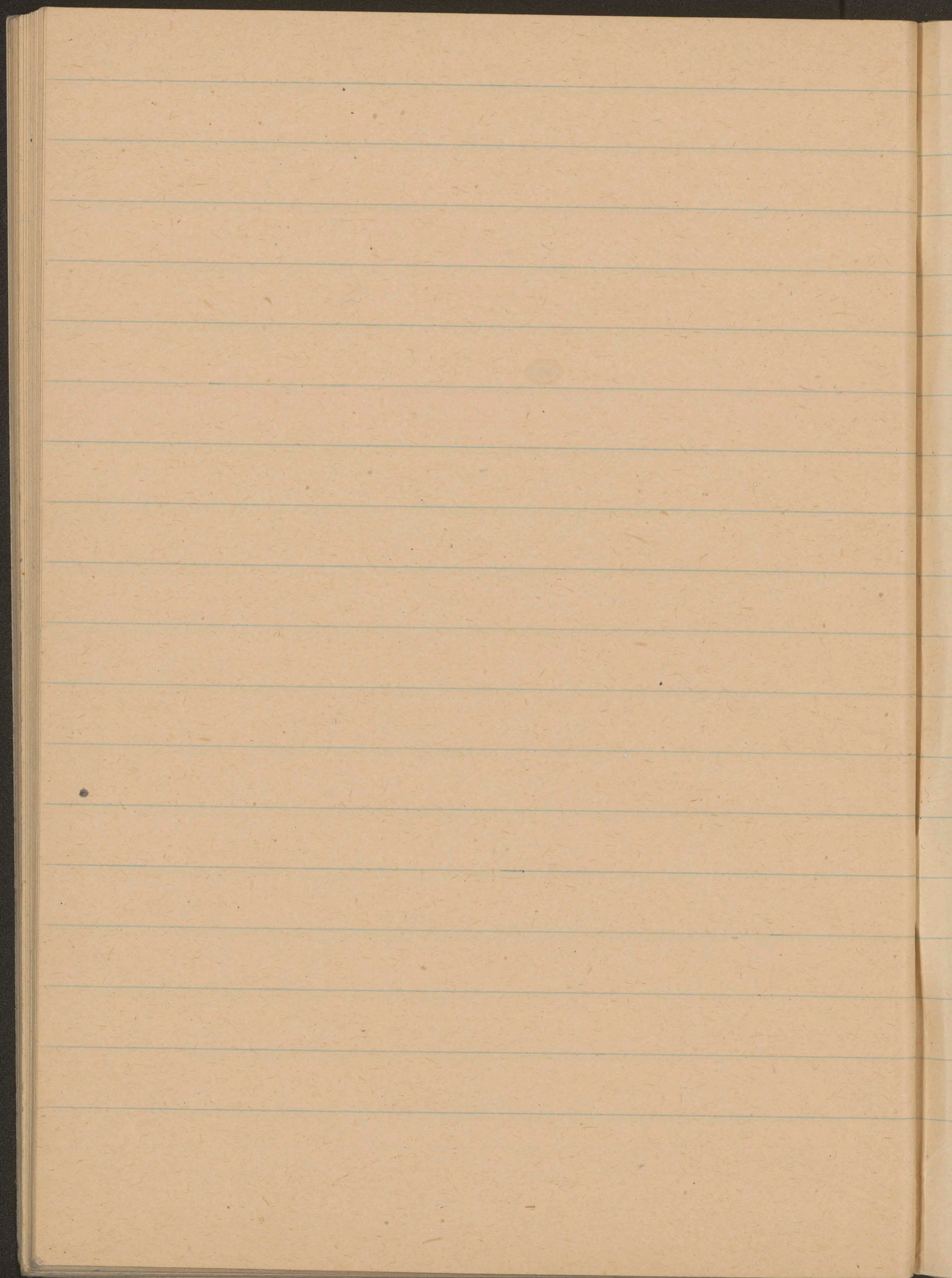


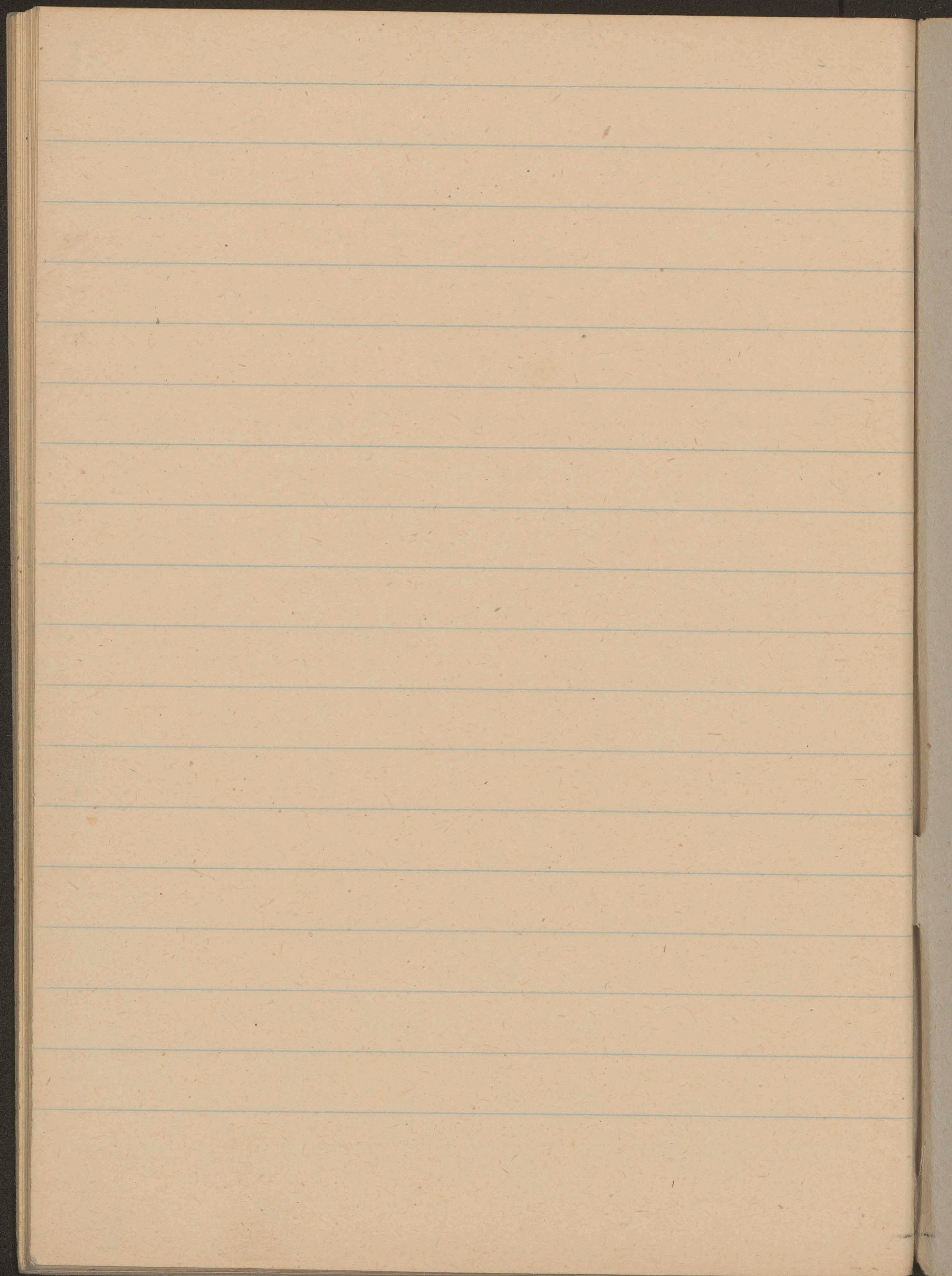












II

2/50

Benedykt Bornstein

9 GEOMETRIA ANALITYCZNA DESCARTES'A A GEOMETRIA FILOZOFICZNA

I. Scientia mirabilis

Pamiętamy wszyscy owe sławne a tak zastanawiające słowa Descartes'a, zanotowane w jego "Olympica":"X Novembris 1619,cum plenus forem Enthusiasmo et mirabilis scientiae fundamenta reperirem." Na czym polegać mógł ten zadziwiający,ten cudowny charakter owej nauki poczętej w takim podniesieniu ducha? Nie mogła to być,oczywiście,jakaś nauka mieszcząca się w rzędzie innych,nauka dotycząca jednej tylko poszczególnej dziedziny; musiała.być nauką wyższą od innych,a wyższość tę zawdzięczać miała swej właśnie uniwersalności. Przenikając wszystkie dziedziny bytu,jednocząc w sobie wszystkie nauki,miała być tym samym i metodą uniwersalną,której zastosowanie do najrozmaitszych dziedzin miało zapewnić trwałe podstawy i niewątpliwy rozwój naukom dziedzin tych dotyczącym. Zaiste - scientia mirabilis! Jeżeli teraz zapytamy,jak sobie Descartes wyobrażał treść tej nauki uniwersalnej,to musimy wziąć pod uwagę,że był on w tych czasach całkowicie pochłonięty sprawami matematyki,że za przykładem starożytnych starał się stosować geometrię do rozwiązywania problemów algebraicznych i wiązać w ten sposób naukę o wielkościach przestrzennych z nauką o nieprzestrzennych stosunkach liczbowych. Przyjdziemy wtedy do wniosku,że cudowna nauka uniwersalna musiała być w pojęciu Descartes'a nauką matematyczną,przy tym nie jednostronną,a więc nie samą tylko algebrą i nie samą tylko geometrią,lecz ich połączeniem,nauką o dwóch obliczach: jednym - czysto rozumowym,abstrakcyjnym,drugim - o charakterze wyobrażeniowym,naocznym. I tą właśnie dwustronność owej planowanej nauki - późniejszej geometrii analitycznej - miała gwarantować jej uniwersalność. Albowiem z jednej strony stosunki ilościowe algebry dzięki pośrednictwu geometrii znajdowały dostęp do świata rozciągłości,stanowiącego według Descartes'a istotę świata fizycznego,i pozwalały na zracjonalizowanie tego świata,na zdobycie o nim wiedzy doskonałej,jasnej i wyraźnej; z drugiej zaś strony można było iść w kierunku odwrotnym i,wychodząc z dziedziny fizycznej,podległej zmysłom i wyobraźni,starać się przy pomocy jej racjonalnych,czysto rozumowych odpowiedników sięgnąć do świata duchowego, "olimpijskiego". W ten sposób ta zadziwiająca nauka wykazałaby całą swą uniwersalność,byłaby klamrą spajającą świat materii,świat naoczności ze światem myśli i ducha,byłaby prawdziwą mathesis universalis.

I ta druga droga,droga "wzwyż" w owych czasach młodzieńczych Descartes'a,o których nam mówią "Olympica",nie mniej absorbowała jego umysł niż droga "w dół",od czystej myśli,od algebry do świata fizycznego. Zwrócił on uwagę na to,że poeci trafnie posługują się wyobrażeniami ciał zmysłowych dla zobrazowania rzeczy duchowych,że istotnie między tymi dwoma światami istnieje głębokie pokrewieństwo,że "rzeczy zmysłowe są stosowne do zrozumienia olimpijskich: wiatr oznacza ducha,ruch z czasem - życie, światło - poznanie..." ("sensibilia apta concipiendis Olympicis: ventus spiritum significat,motus cum tempore vitam,lumen cognitionem..."). Rozum również powinien tu iść śladami wyobraźni poetyckiej i,biorąc za punkt wyjścia świat fizycznej naoczności,starać się sięgnąć do dziedziny ducha; w ten sposób - mówi Descartes - "głębiej filozofując możemy przez poznanie wznieść umysł wysoko" ("unde altius philosophantes mentem cognitione possumus in sublime tollere"). Niewątpliwie jednak Descartes,widząc całą trafność przenośni poetyckich wiążących świat fizyczny z duchowym,nie mógł w nich widzieć metody zadowalającej wymagania uczonych i filozofów. Jej punkt wyjścia,jej idea naczelna stwierdzająca pokrewieństwo głębokie tych dwóch światów,posiadała dla niego niewątpliwą prawdę. Lecz ideę tę trzeba było dopiero pogłębić ("altius philosophantes"),na nowo rozwinąć, wziąć za podstawę całej nauki,która by zamiast ogólnikowych i luźnych metafor,choćby najtrafniejszych,dawała nam ściśle odwzorowania,ściśle,powiązane w system odpowiedniki czysto myślowe dla elementów świata fizycznego. A przede wszystkim trzeba było sięgnąć do istoty tego świata i odpoznać ją

jako rozciągłość; wtedy naocznym elementom tej dziedziny geometryczno-fizycznej trzeba było przyporządkować ściśle ich analogony czysto rozumowe, czysto myślowe - stosunki liczbowe, funkcje analityczne. W taki to sposób przedstawiał sobie - jak się wydaje - Descartes ową drogę wzwyż, którą otworzyć miała przed nim i przed całą ludzkością ta jego scientia mirabilis - przyszła geometria analityczna. Miała ona nam dać wiedzę doskonałą nie tylko o świecie natury, lecz i o świecie czystej myśli, poznania i ducha, miała być nie tylko algebraiczną geometrią fizyczną, lecz również algebraiczną geometrią filozoficzną.

Lecz ta algebra związana z geometrią, choć dała w przyszłości wspaniałe rezultaty, jeżeli chodzi o poznanie przyrody, okazała się bezsilna, gdy chodziło o zmatematyzowanie świata duchowego, świata - jak się wydawało - tak pokrewnego jednak dziedzinie algebraicznej, tak samo jak ona niezmysłowego, tak samo nienaocznego, tak samo abstrakcyjnego i racjonalnego. Nie potrafiła ona dokonać przerzutu pewnych w swej naoczności praw geometrycznych do dziedziny duchowej, chociaż geometria zdołała jej związki abstrakcyjne uwidocznić w świecie materii. A nie potrafiła tego dokonać - bo dokonać tego zasadniczo nie mogła; była bowiem algebrą ilości, a świat myśli i ducha - to świat czystej jakości niepodległej prawom "porządku" ilościowego. Mówimy "czystej jakości", albowiem nie wszelka jakość jest niepodatna do traktowania ilościowego - te dwie kategorie nie wyłączają się bynajmniej, tak np. jakości przestrzenne mogą posiadać i posiadają swój aspekt ilościowy i wielkościowy, Lecz są takie jakości, "czyste jakości", do których nie ma przystępu ilość i miara, i takimi właśnie są jakości "filozoficzne": myśl, poznanie, wartość. I oto dlatego algebra kartezjańska, która nawet w swych najbardziej abstrakcyjnych wzlotach, jako algebra speciosa, pozostawała algebrą ilościową, okazała się bezsilną, jeżeli chodziło o poznanie świata duchowego, filozoficznego, świata czystych jakości.

~~Lecz jeżeli~~ Ten świat przedstawia pewien system spójny, pewną całość organiczną, wykazuje pewien "porządek" - takim właśnie był on w pojmowaniu Platona. ~~to~~ Można więc pokusić się o jego ścisłe, matematyczne poznanie; tylko trzeba stworzyć w tym celu inną matematykę aniżeli ilościową, matematykę, która by nam odkryła "porządek" panujący w świecie jakości. Taką była właśnie koncepcja, której dał wyraz Platon w swej zaczątkowej nauce o liczbach idealnych i figurach idealnych[1]. Descartes tą drogą nie poszedł, zatrzymał się u jej progu i tego progu nie przekroczyła jego algebra. Natomiast Leibniz poszedł właśnie w tym kierunku i założył mocne podwaliny pod gmach algebry jakościowej w postaci algebry pojęć (logiki algebraicznej), która została doprowadzona do wysokości systemu przez Boole'a w połowie XIX wieku. I oto, jeżeli chcemy w algebrze znaleźć drogę prowadzącą do świata myśli i ducha, to algebrą tą może być, oczywiście, tylko algebra jakości. Lecz metoda tylko algebraiczna nie będzie tu wystarczająca. Ażeby wniknąć w budowę świata logicznego, ażeby poznać jego organizację, ugrupowanie jego elementów, struktury, w których te elementy występują, potrzeba nauki o wiele bardziej strukturalnej, o wiele bardziej architektonicznej niż nienaoczna w swej abstrakcyjności algebra. Potrzeba nauki, która by uwidoczniła ukryte w tej algebrze jakościowej kształty, wyprowadziła na jaw drzemiące w niej struktury, przed oczy postawiła nam organizację tego myślnego świata. - Taką nauką naoczną, strukturalną może być tylko geometria.

Lecz jaka geometria? Geometria zwykła, dotycząca wielkości i miary nie nada się do współpracy z algebrą jakości; trzeba tu geometrii równie jakościowej, jak jakościową jest algebra logiczna, trzeba geometrii, której przedmiotem byłyby więc nie wielkości przestrzenne, nie odległości i rozmiary, lecz przestrzenne jakości i położenia, kierunki, stanowiska i ich zespoły. A taka geometria istnieje i nawet za czasów Descartes'a miała

---

1/ Por. ~~tu~~ Robin. La théorie platonicienne des idées et des nombres d'après Aristote. 1908.

wybitnego przedstawiciela w osobie jednego z jej założycieli - Desargues'a. Następnie w pierwszej połowie XIX wieku ukonstytuowała się ta jakościowa geometria już jako system i znana jest obecnie pod rozmaitymi nazwami, jako nowa geometria syntetyczna, jako geometria położenia lub - najczęściej - jako geometria rzutowa.

A więc, ażeby z geometrii analitycznej Descartes'a uczynić ścisłą naukę filozoficzną, trzeba dokonać w niej zasadniczej zmiany. Trzeba z terenu liczby i wielkości przejść na teren jakości, zamiast algebry ilości wprowadzić algebrę jakości czyli logikę algebraiczną, i podobnie zamiast geometrii wielkości - jakościową geometrię położenia (geometrię rzutową). I jeżeli stosunek algebry jakościowej do geometrii jakościowej okaże się taki sam, jakim jest stosunek algebry ilościowej do geometrii wielkościowej, a więc okaże się stosunkiem doskonałego paralelizmu i zupełnej odpowiedniości, wtedy znaleźlibyśmy się w posiadaniu dokładnego filozoficznego analogonu descartesowskiej geometrii analitycznej, posiedlibyśmy naukę dwustronną, naukę o dwóch dopełniających się wzajemnie obliczach - jednym ~~nienaocznym~~, logicznym - drugim naocznym, strukturalnym, geometrycznym. Mielibyśmy tu matematykę, jako organon nauk i filozofii, mielibyśmy to, o czym marzył Descartes in otiis hibernis, kiedy plenus enthusiasmo mirabilis scientiae odkrywał.

II. Logika geometryczna i geometria logiczna

Jeżeli chcemy zdobyć ową geometrię filozoficzną, która przede wszystkim byłaby geometrią logiczną, ściślej mówiąc geometrią algebraiczno-logiczną, to nasamprzód nasuwa się pytanie, czy algebra logiki daje się zgeometryzować, podobnie jak to zachodzi z algebrą ilości. ~~Jeżeli~~ uprzytomnimy sobie, ~~z jednej strony~~, jak bliskie związki łączą logikę ze światem rozciągłości, związki, które wyraz swój znalazły zarówno w terminologii logicznej (pojęcia nadrzędne, pojęcia podrzędne, określenie, zakres pojęć, ich zawieranie się, ich krzyżowanie, terminy sądu, terminy krańcowe i środkowy sylogizmu itd.) jak i w próbach naocznego przedstawienia stosunków logicznych (np. za pomocą kół Eulera). Z drugiej zaś strony, ~~jeżeli~~ ~~miemy~~ pod uwagę fakt istnienia geometrii analitycznej, która już w sposób systematyczny wykazuje odpowiedniość nienaocznej dziedziny algebry z naoczną dziedziną przestrzenności, ~~to~~ już a priori skłonni będziemy rozstrzygnąć w sensie pozytywnym kwestię możliwości zgeometryzowania algebry logiki, kwestię odwzorowania jej w przestrzeni, oczywiście jakościowej. Jeżeli teraz jeszcze zwrócimy uwagę na to, że zarówno dziedzina algebry logiki jak i dziedzina geometrii rzutowej znajduje się pod panowaniem prawa dualności[1], tak charakterystycznego i decydującego dla tych dziedzin, to głębokie ich pokrewieństwo stanie się dla nas oczywiste, a możliwość zgeometryzowania logiki algebraicznej - niewątpliwa.

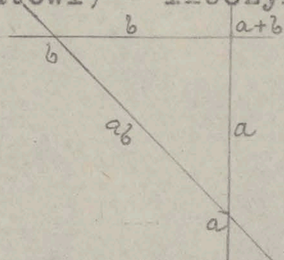
Na takich opierając się przesłankach przystąpiliśmy dwadzieścia lat temu do zgeometryzowania logiki i rezultaty, które osiągnęliśmy[2], postaramy się tu pokrótce przedstawić. Przede wszystkim należało przyporządkować dwa podstawowe a względem siebie dualne działania geometrii rzutowej (cięcie i rzutowanie) dwóm podstawowym a względem siebie dualnym działaniom algebry logiki (dodawaniu i mnożeniu). ~~Tak też~~ uczyniliśmy przyporządkowując punktowi przecięcia (zjednoczenia) dwóch prostych sumę logiczną dwóch elementów i dualnie: linii łączącej dwa punkty (ich

---

1/ Prawo to w geometrii rzutowej ustanowili: Poncelet (1822) i Gergonne (1826), w logice zaś zostało ono odkryte przez Peirce'a (1867) i Schroedera (1877).

2/ Por. rozprawę p.t. "Geometria logiki kategorialnej i jej znaczenie dla filozofii" warszawski Przegląd Filozoficzny, 1926 (zesz. III-IV) i 1927 (zesz.I).

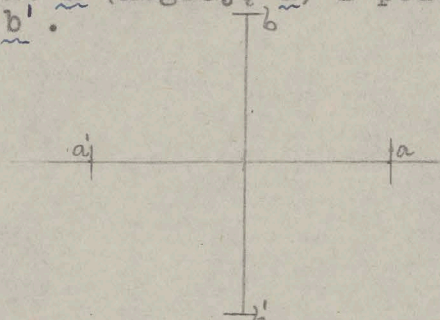
wspólnemu substratowi) - iloczyn logiczny dwóch elementów [1] (por. rys. 1)



Rys. 1.

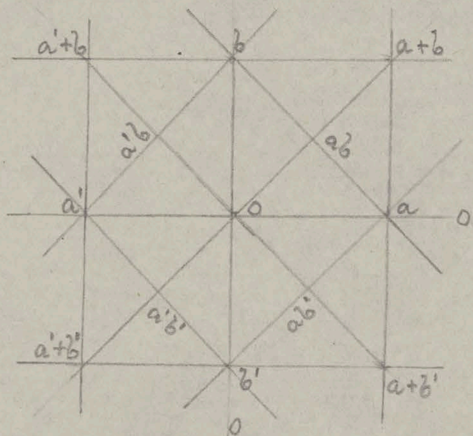
Z tego już przyporządkowania wynika, że stosunek zawierania się (np. a<a+b lub ab<a) będzie u nas odwzorowany przez zawieranie się (przechodzenie, tkwienie) prostej w punkcie.

Kreślimy teraz dwie osie współrzędnych i na osi poziomej punktowi, leżącemu na prawo od początku współrzędnych przyporządkowujemy element a, symetrycznie zaś leżącemu punktowi, leżącemu na lewo od początku współrzędnych - element a' (negację a) i podobnie na osi pionowej mieć będziemy elementy b i b'.



Rys. 2.

Wobec tego że w algebrze logiki mamy aa' = 0 i bb' = 0 więc, zgodnie z poprzednio ustanowionym przyporządkowaniem oś pozioma, jako iloczyn aa' będzie 0 i podobnie oś pionowa, jako bb' będzie również 0. Zjednoczenie tych osi zerowych w początku współrzędnych da dla tego punktu również denominację 0, albowiem 0+0=0. Obecnie łączymy punkty a, b, a', b', za pomocą prostych i prowadzimy przez te punkty 4 proste równoległe do osi współrzędnych. Otrzymamy wtedy poniższy diagramat:



Rys. 3.

Przyporządkowanie na rys. 3. symbolów algebraiczno-logicznych prostym skośnym nie wymaga już bliższych wyjaśnień; natomiast słów parę musimy poświęcić symbolom, oznaczającym 4 wierzchołki zewnętrznego kwadratu. Powstaje bowiem pytanie, czy np. punkt a+b prawnie otrzymał swą denominację, mianowicie czy proste, których jest zjednoczeniem, są istotnie prostymi a i b. Otóż łatwo wykazać, że tak jest w istocie rzeczy. Prostą, prostopadłą do zerowej osi poziomej i przechodzącą przez punkt a, nazwijmy x; wtedy mieć będziemy x +0=a, a więc - wobec modułowego charakteru logicznego zera - również x =a. Podobnie wykazujemy, że pozostałe boki zewnętrznego kwadratu są to odpowiednie proste b, a' i b'. Stąd już wynika słuszność

1) Suma logiczna (+) oznacza u nas konjunkcję („i"), zaś iloczyn logiczny (x) - dysjunkcję („lub").

symbolów dla 4 wierzchołków zewnętrznego kwadratu. Uzupełniwszy teraz nasze dwoiste kwadraty przez przeprowadzenie osi skośnych,przekątnych zewnwnętrznego kwadratu,musimy jeszcze odwzorować algebraicznie elementy "nie-właściwe" płaszczyzny współrzędnych. Będzie to prosta w nieskończoności i 4 na niej położone punkty,przecięcia z nią 4 osi (dwóch głównych i dwóch skośnych),przechodzących przez początek współrzędnych. Punkty te będą: a+a',punkt w ∞-i,dualny względem poziomej osi aa'; punkt b+b',dualny względem osi pionowej bb'; a dalej punkt a'b+ab oraz punkt ab+a'b'. Wobec tego że w algebrze logiki a+a'=1 i b+b'=1,punkt zjednoczenia w nieskończoności prostych równoległych a i a' będziemy oznaczali przez 1 i podobnie,punkt zjednoczenia prostych b i b' również przez 1. W ten sposób prosta w nieskończoności,substrat wspólny tych punktów będzie 1 x 1,a więc również 1. Dla odróżnienia tych jedności możemy zaopatrzyć je w indeksy,a więc pisać: $1_{a+a'}$, $1_{b+b'}$ i $1_{(a+a')(b+b')}$,podobnie jak dualne względem nich zera możemy symbolizować jako $0_{aa'}$, $0_{bb'}$ i $0_{aa'+bb'}$.

W ten sposób nasze dwa dualne kwadraty zupełne wraz z pięcioma elementami "niewłaściwymi" w nieskończoności odwzorowują wszystkie elementy dwuelementowej logiki algebraicznej; równocześnie jednak odwzorowują wszystkie pewniki tej logiki (np. pierwszy system pewników,podany przez E.Huntingtona w r. 1904[1]),a więc i wszystkie jej twierdzenia,o ile nie dotyczą stosunków: $a<b$, $b<a$, $a<b'$ i $b'<a$, wybiegających poza ramy tego naszego podstawowego obrazu płaszczyzny logicznej. Ażeby stosunki te (i związane z nimi pewniki oraz twierdzenia) odwzorować,należy np. prostą a obrócić o kąt 45° wokół punktu a; wtedy przejdzie ona przez punkt b i da odwzorowanie stosunku a<b; pokrywając zaś wtedy prostą ab da m.in. wyraz przestrzenny określenia: $a<b=(a=ab)$. W podobny sposób modyfikując nasz podstawowy obraz płaszczyzny logicznej,odwzorować potrafimy na płaszczyźnie wszystkie stosunki,działania,pewniki i twierdzenia logiki algebraicznej. Potrafimy to uczynić również i dla logiki trójelementowej,odwzorowując ją w trójwymiarowej przestrzeni; wtedy zamiast dwóch kwadratów dualnych wystąpią: sześcian i wpisany weń dualny ośmiościan foremny. Twierdzenia logiki algebraicznej zarówno płaskiej jak i stereometrycznej dadzą się z tych obrazów wprost odczytać[2].

Tak oto zostają założone podstawy algebraicznej logiki geometrycznej i jej odpowiednika: geometrii algebraiczno-logicznej. Jedna jest tu jednak rzecz zastanawiająca i wymagająca bliższego nieco uwzględnienia. W tej geometrii ~~mielibyśmy~~ mamy na płaszczyźnie tylko 26 elementów,zamiast nieskończoności elementów zwykłej płaszczyzny ~~i zwykłej~~ geometrii rzutowej. Co to jest w takim razie za geometria i co to jest za płaszczyzna geometryczna? Odpowiedź brzmi: jest to płaszczyzna kategorialna, płaszczyzna kategorii geometrycznych a geometria,która jej dotyczy,jest geometrią kategorialną. Na naszym rys. 3. mamy dane typy - i w tym znaczeniu kategorie - wszystkich elementów geometrycznych,możliwych na płaszczyźnie,typy punktów i prostych,które reprezentują mnogość nieograniczoną elementów tej płaszczyzny. Platon powiedziałby,że są to idee,prawzory punktów i prostych na płaszczyźnie - "punkty idealne" i "proste idealne". My mówimy: punkty kategorialne i proste kategorialne. Punktami ta-

---

[1] E.Huntington. Sets of independent postulates for the Algebra of Logic (Transactions of the American Mathematical Society. Vol.5. 1904,292-296.

[2] Weźmy dla przykładu twierdzenie de Morgana: $(a+b)'=a'b'$. Wyprowadza się ono z rozwinięcia 0 według a i b,a więc $0=(a+b)(a+b')(a'+b)(a'+b')$,którę przestrzennie przedstawia się jako rozwinięcie początku współrzędnych na iloczyn 4 wierzchołków zewnętrznego kwadratu. Negacja jednego z tych wierzchołków,np.punkt (a+b) sprowadzi te 4 możliwości ("lub") do trzech, mianowicie: $(a+b')(a'+b)(a'+b')$. Lecz iloczyn pierwszych dwóch czynników to,jak widzimy na diagramacie,prosta a',iloczyn drugiego i trzeciego czynnika to prosta b',tak że negacja a+b daje w rezultacie a'b',iloczyn dwóch prostych lub równoważnych im dwóch punktów a' i b'. Ten zaś ostatni iloczyn to prosta a'b'. ~~Tak więc negacją punktu w pierwszej ćwiartce będzie linia prosta w ćwiartce przeciwległej.~~ W ten sposób twierdzenie de Morgana możemy „udowodnić" intuicyjnie na diagramacie i z diagramatu tego odczytać.

kimi są np.: punkt położony w górnej prawej ćwiartce (punkt a+b),reprezentujący wszystkie punkty tej ćwiartki,lub punkt położony na granicy górnej i dolnej prawej ćwiartki,a więc na osi poziomej,na prawo od środka współrzędnych (punkt a),reprezentujący wszystkie punkty tej połówki osi poziomej,lub też nieograniczona prosta skośna,przechodząca przez 3 ćwiartki: górną lewą,górną prawą i dolną prawą (prosta ab),reprezentująca wszystkie proste przechodzące przez te ćwiartki itp. Takie są to owe punkty i proste kategorialne,którymi zajmuje się geometria kategorialna i które poddaje rachunkowi dzięki swemu przyporządkowaniu logiczno-algebraicznemu[1].

Musimy teraz uświadomić sobie,jak wielkie,jak decydujące znaczenie posiada ta kategorialność geometrii algebraiczno-logicznej,jeżeli chodzi o filozoficzny charakter tej geometrii. Przecież od zarania filozofii wszystkie dążenia jej adeptów szły w tym kierunku,żeby w mnogości przedmiotów wykryć ich jednię,żeby tę mnogość sprowadzić do możliwie małej ilości elementów,do możliwie małej ilości kategoryj czy zasad. I temu właśnie dążeniu filozoficznemu daje wyraz geometria kategorialna,jeżeli chodzi o dziedzinę przedmiotów przestrzennych,sprowadzając ich nieograniczoną mnogość do niewielkiej liczby typów,kategoryj czy zasad. Jeżeli teraz zechcemy raz jeszcze uświadomić sobie momenty,które czynią z będącej w mowie geometrii geometrię filozoficzną,momenty,których właśnie brak było geometrii analitycznej Descartes'a,to powiemy:

1/ geometria ta jest ~~ilościowa~~ jakościowa,podczas gdy geometria analityczna jest ~~była~~ ilościowa;
2/ geometria ta jest kategorialna,podczas gdy geometria analityczna ~~była~~ jest mnogościowa i
3/ geometria ta jest logiczna,ma swe odwzorowanie algebraiczno-logiczne,podczas gdy geometria analityczna ma ~~miała~~ tylko odwzorowanie algebraiczno-liczbowe.

III. Geometria ontologiczna

Biorąc za punkt wyjścia dla eksploracji świata myśli i ducha dziedzinę geometryczną,wykorzystujemy tę jej bezcenną wartość,która polega na jej naoczności. Dzięki tej naoczności organizacja świata kategorialnego staje się tu dla nas bezpośrednio widoczna,odkrywamy tu struktury kategorialne,istniejące wprawdzie i w świecie myśli,lecz głęboko na ogół ukryte pod jej nienaoczną powierzchnią. Dopiero poznając je w świecie przestrzennym,możemy wydobyć je na jaw również i w izomorficznym świecie logiki. Weźmy parę przykładów.

Dla algebry logiki elementy równoważne pozostają niezróżnicowane, np. dualnością prostego elementu a jest ten sam element a. Tymczasem w logice geometrycznej mamy ad oculos daną dwupostaciowość tego elementu a: dualnością punktu a nie jest bynajmniej punkt a,lecz prosta a,i

---

[1] Błędem było by przypuszczać,że ta geometria kategorialna stanowi tylko dodatek do kategorialnej logiki algebraicznej. Przeciwnie,daje się ona ukonstytuować całkowicie samodzielnie i może o własnych siłach dążyć do poznania stosunków między jakościami przestrzennymi. Wszystkie jej elementy kategorialne dadzą się otrzymać w odpowiedzi na następujące pytania. Czy i jakie są możliwe proste i punkty,znajdujące się: 1/ tylko w jednej z ćwiartek płaszczyzny,2/ w dwóch,3/ w trzech,4/ we wszystkich ćwiartkach płaszczyzny,5/po zewnątrz ćwiartek płaszczyzny. W odpowiedzi np. na pierwsze pytanie otrzymamy 4 punkty kategorialne,każdy w innej ćwiartce przestrzeni. Wprowadzając je na płaszczyznę podzieloną na 4 ćwiartki przez osie współrzędnych i uzupełniając je odpowiedziami na pozostałe pytania,otrzymamy na drodze czysto geometrycznej i w postaci jeszcze czysto geometrycznej nasz podstawowy obraz płaszczyzny kategorialnej,który następnie dopiero poddamy odwzorowaniu algebraiczno-logicznemu. Pewniki tej geometrii kategorialnej będą,oczywiście,geometrycznymi odpowiednikami pewników logiki algebraicznej.

jeżeli punkt a jest substancją,to elementem względem niego dualnym będzie równoważna tej substancji cecha. To zaś pozwala nam zrozumieć strukturę a<a (prosta a tkwi w punkcie a) nie jako wyraz tożsamości dwóch elementów,lecz jako równoważność całości i części,substancji i pewnej jej cechy. Podobnie sprawa się przedstawia,jeżeli chodzi o elementy proste biegunowe i właściwie negatywne. Algebra logiki ich nie odróżnia i uwzględnia tylko elementy właściwie negatywne. Tymczasem logika geometryczna,dając nam ad oculos strukturę czwórkową,biegunowo-dualną,w skład której wchodzą: punkt a,prosta a,punkt a' i prosta a' wyraźnie wskazuje nam dwupostaciowość elementu negatywnego i odróżnia biegun punktu a w postaci punktu a' od negacji właściwej a w postaci prostej a' (punkt a jest to a+0 i jego negacją będzie (a+0)' = a'1 - czyli właśnie prosta a'). Ta struktura ściśle określa stosunek istniejący między biegunem a negacją właściwą jako dualnością,stosunek ważny a nieuwzględniony w algebrze logiki. Albo też owe czwórki harmoniczne geometrii rzutowej ~~wszędzie~~ widoczne na naszym obrazie kategorialnym płaszczyzny; każda prosta jest podłożem 4 punktów kategorialnych harmonicznie dwójkami sprzężonych i dualnie,każdy punkt jest wierzchołkiem harmonicznego pęku 4 prostych kategorialnych. Przeniesiona na grunt logiczny i oświetlona światłem logiki taka czwórka elementów,np. czwórka harmoniczna elementów na osi poziomej: a', 0,a i 1 (punkt w nieskończoności) wskazuje nam,że tezę a i antytezę a' łączy nie jedna synteza 0=aa',lecz dwie,że oprócz syntezy mnożnej 0 mamy tu jeszcze syntezę dodajną 1=a+a',w której przeciwieństwa neutralizują się i kasują. Wielkiej doniosłości również jest dana nam bezpośrednio w intuicji geometrycznej struktura trójkątna (trójkąt o wierzchołkach a,b,a+b i trójkąty podobne w innych ćwiartkach),struktura,która wyraża powstawanie,prokreację i związek przyczynowy.

Tych przykładów wystarczy,ażeby uświadomić sobie całe znaczenie startu z naocznej dziedziny geometrycznej do świata nieprzestrzennych sensów logicznych,do świata,który mimo całą odmienność substratu okazał się podległy tym samym stosunkom i prawom,co i świat przestrzenny.

Lecz teraz zjawia się naturalnym biegiem rzeczy nowa kwestia. Mianowicie,czy filozoficzne znaczenie geometrii kategorialnej wyczerpuje się całkowicie przerzuceniem jej struktur do dziedziny logicznej,czy też posiada zasiąg znacznie szerszy i czy poprzez algebrę i logikę struktury te nie prowadzą nas do świata przedmiotów w ogóle,do dziedziny ontologicznej. Że tak jest w istocie rzeczy,to staje się więcej niż prawdopodobne,jeżeli raz jeszcze weźmiemy pod uwagę fakt,że świat jakości przestrzennych mimo całą odmienność swej tkanki substratowej rządzony jest przez te same prawa,co i świat nieprzestrzennych jakości logicznych,i że w ten sposób te tak odmienne substratowo jakości wykazują swe najgłębsze pokrewieństwo kategorialne. Kategorie regionalne - geometryczne,logiczne - są tylko przejawem i zróżnicowaniem kategorii ogólnobytowych,ontologicznych,które,jako takie,przenoszą się bez zmian z jednego bieguna substratowego na drugi. A więc np. kategorie geometryczne: prosta pozioma (b),prosta pionowa (a),ich punkt zjednoczenia (a+b) oraz odpowiadające im kategorie logiczne: rodzaj (b),różnica gatunkowa (a) i gatunek (a+b) przedstawiają tylko regionalne zróżnicowanie ontologicznych kategorii takich jak: substrat (b),forma (a) i ich całość (a+b). Że struktury jakościowe geometrii logicznej są istotnie strukturami ogólnobytowymi,że formułowane przez nią prawa jakości są prawami nie tylko jakości geometrycznych i logicznych,lecz prawami jakości w ogóle, o tym przekonywamy się również i a posteriori,odkrywając te struktury i wyryte w nich prawa w najrozmaitszych dziedzinach bytu.

Tak więc mamy wszelkie dane,że jakościowa geometria kategorialna jest geometrią nie tylko logiczną,lecz i ontologiczną,i że w ten sposób jej charakter filozoficzny uwydatnia się jeszcze o wiele bardziej. Staje się ona właściwą mathesis universalis o typie matematycznym,matematycznym organonem filozofii,i jako geometria algebraiczno-ontologiczna,daje nam filozofię w postaci ścisłej,jako ontologię algebraiczno - geometryczną.

Lecz na tym jeszcze nie koniec,o ile chodzi o drogę "wzwyż",od sensibiliów czy raczej imaginabiliów świata geometrycznego do świata "olimpijskiego",filozoficznego. Albowiem droga ta prowadzi nas nie tylko w sfery ontologii czyli metafizyki ogólnej,lecz i w dziedziny metafizyki specjalnej,tej metafizyki,która dotyczy ostatecznych zasad świata. Wśród kategoryj bowiem geometryczno-logicznych widzimy gradację i hierarchię; są między nimi wyższe i niższe,to znaczy bardziej pierwotne i pochodne. Te wyższe kategorie,te wyższe naczelne zasady,wyróżniające się zarówno geometrycznie jak algebraicznie i logicznie - oto właściwa domena metafizyki specjalnej,jako działu ontologii. Geometrycznie przedstawiają się te zasady naczelne w postaci pęku czterech osi zjednoczonych w początku współrzędnych oraz w dualnej do tego początku prostej w nieskończoności z jej 4 punktami. Innymi słowy zasadom metafizycznym odpowiada geometrycznie sam układ odniesienia i jego odbicie w nieskończoności. W ten sposób wychodząc z naoczności geometrycznej "altius philosophantes mentem cognitione possumus in sublime tollere".

x x

x

Jeżeli jednak ta sublimacja jakościowych kategorii i struktur geometrycznych wydaje się być metodą właściwą do osiągnięcia wglądu w świat ducha,to powstaje równocześnie pytanie co do jej stosowalności,jeżeli chodzi o świat fizyczny. Przecież świat fizyki to dziedzina matematyki ilościowej; dzięki zastosowaniu tej matematyki od czasów Descartes'a i Galileusza przyrodoznawstwo ścisłe rozwija się tak wspaniale - jaką więc rolę mogłaby tu odegrać matematyka jakości,jakości,których banicja ze świata fizyki była właśnie zwiastunem nowej ery w rozwoju tej nauki? Otóż cały ten tok rozumowania polega na zasadniczym nieporozumieniu,na tym mianowicie,że kategorię ilości przeciwstawia się tu zasadniczo kategorii jakości. Tymczasem sprawa przedstawia się inaczej: uniwersalną kategorią jest jakość,a wśród jakości mamy dwa jej zasadnicze rodzaje. Po pierwsze - jakości niemierzalne,niepoddające się metodzie matematyki ilościowej, podatne jednak badaniu metodą jakościowej matematyki - są to jakości,które możemy krótko nazwać duchowymi; i po drugie - jakości mierzalne,takie jak np. kształty przestrzenne geometryczne,które będąc zasadniczo jakościami są jednak podatne również i traktowaniu ilościowemu. Geometria znajduje zastosowanie w świecie fizyki; czyż można przypuścić,że tylko jej aspekt ilościowy zdoła przeniknąć do tej dziedziny,a drugi jej aspekt - jakościowy - tak ściśle związany z pierwszym,zostanie u jej progu zatrzymany? Przecież rozciągłość to istotna cecha świata fizycznego, a rozciągłość to jakość,i prawa jakości wraz z nią przenikać muszą do dziedziny fizycznej, mając w niej swe odpowiedniki liczbowe.[1] A wraz z geometrią jakościową przenikają tam i algebra jakościowa,i logika algebraiczna,i ontologia algebraiczno-geometryczna,wykazując zachwycającą jednię,panującą w świecie i łączącą dwie jego ~~odnogi~~ gałęzie - duchową i fizyczną.

Jako przykład stosowalności matematyki jakościowej do dziedziny fizycznej,weźmy akustykę. O wiele wcześniej niż w logice i geometrii rzutowej prawo dualności zostało odkryte w tej właśnie dziedzinie przez Rameau (Nouveau Système de Musique,1726),a następnie rozwinięte przez d'Alemberta (Eléments de Musique suivant les principes de M.Rameau,1762); sto lat zaś później oparł na tych pracach dorpacki fizyk Oettingen swe dzieło p.t."Harmoniesystem in dualer Entwickelung",1866). Zjawienie się prawa dualności w dziedzinie fizyki akustycznej wskazuje,że mamy tu i elementy dualne i dualne działania. Elementy dualne to elementy będące względem siebie w stosunku konkretu do abstraktu,substancji do cechy, całości do składnika. W dziedzinie akustyki - to złożone ~~dźwięki~~(całościowe) dźwięki i proste,sinusoidalne tony. Każdy dźwięk zawiera w sobie,jak wiadomo,szereg tonów składowych,a wśród nich na pierwszym miejscu składowy ton "zasadniczy" o częstości drgań (np. a) równej

1) Przede wszystkim, choć nie jedynie, wchodzi tu w grę odwzorowanie jakościowej (logicznej) sumy i iloczynu przez najmniejszą wielokrotną i największy wspólny dzielnik (Cantor, Dedekind). Odpowiedniki te grają zasadniczą rolę przy wykazaniu struktur jakościowych w akustyce fizycznej (por. B. Bornstein. Architektonika świata, tom II, rozdz. XIII: Logika tonów harmonicznych.

częstościxdrgańx(npxxa)xxxxxxxxczx drgań samego dźwięku (a). Mamy tu realizację tej jakościowej struktury, wykrytej przez geometrię kategorialną, (o której wyżej wspomnieliśmy), struktury dualnej a $\angle$ a (wzgl. a = a), stwierdzającej równoważność całości i pewnego jej składnika, jakże dalekiej od pustej, nic nie mówiącej tożsamości, jaką przywykliśmy widzieć w tym wzorze. Również i dualne działania geometryczno-logiczne, działania prowadzące do znajdowania elementów maksymalnie wspólnych (ab) i minimalnie całościowych (a+b) - tak ważnych, jeżeli chodzi o harmonię muzyczną - znajdują zastosowanie w akustyce fizycznej, przy czym suma i iloczyn jakościowy wystąpią tu w swych ilościowych odwzorowaniach, jako największy wspólny dzielnik i najmniejsza wielokrotna częstości tonów. Biorąc jeszcze pod uwagę, że ton negatywny a' będzie to ton o częstości 1/a i że zawieranie się tonu b w a oznacza, że częstość b jest wielokrotnością częstości a - możemy "uakustycznić" formuły logiki algebraicznej, odpowiadające podstawowym stosunkom panującym w dziedzinie akustycznej, i w ten sposób otrzymać szereg jakościowo-ilościowych związków, łączących elementy tej dziedziny. (Por. B.Bornstein Architektonika świata /Architectonique du monde/ t. II, rozdz. XIII Logika tonów harmonicznych. Warszawa, 1935).]

Już na tym jednym przykładzie widzimy, że jakościowo-matematyczne, geometryczne i algebraiczne struktury odnajdują się w świecie fizycznym, mając swe odpowiedniki w dziedzinie liczb[1]. Widzimy, że kategorialna geometria algebraiczno-logiczno-ontologiczna zasięgiem swym obejmuje zarówno świat ducha jak i świat fizyczny, i tą uniwersalnością ostatecznie stwierdza swą filozoficzną naturę. Matematyka stała się tu filozofią i, co ważniejsze, filozofia stała się nauką ścisłą, matematyczną. Przypominają się słowa Arystotelesa (Metafizyka A,9,992a) o najdawniejszej Akademii platońskiej:

Γέγονε τὰ μαθήματα τοῖς νῦν ἡ φιλοσοφία.

1947 r.

---

[1] Jeżeli chodzi o odwzorowanie liczbowe iloczynu i sumy jakościowej, to odwzorowanie za pomocą największego wspólnego dzielnika i najmniejszej wielokrotnej (J.Cantor, Dedekind) nie jest bynajmniej jedyne. Możemy również odwzorować te jakościowe formy w dziedzinie liczbowej, przyporządkowując im średnią arytmetyczną i średnią harmoniczną, podczas gdy trzecia średnia pitagorejska, średnia geometryczna odpowiadałaby logicznemu stosunkowi neutralności elementu a względem b i b' (ten właśnie stosunek neutralności a wzgl. b i b' - a $\nless$ b, b $\nless$ a, a $\nless$ b', b' $\nless$ a - charakteryzuje nasz rys. 3). Dzięki temu odwzorowaniu (przy czym b' odwzorowuje się przez $\frac{1}{b}$) udało się nam ~~wykryć~~ zdobyć szereg dotychczas nieznanych choć elementarnych twierdzeń arytmetycznych, wiążących trzy średnie pitagorejskie. Najprostsze z nich brzmi w ten sposób: "Jeżeli a jest średnią geometryczną między b i c, to średnia arytmetyczna ze średnich harmonicznych z a i b oraz a i c jest równa a, i odwrotnie"; dualnie zaś: "Jeżeli a jest średnią geometryczną między b i c, to średnia harmoniczna ze średnich arytmetycznych z a i b oraz a i c jest równa a, i odwrotnie". Twierdzenia te są odwzorowaniem dualnych zasad dichotomii: $a = (a+b)(a+b')$ i $a = ab + ab'$ z uwzględnieniem warunku ich odwzorowania, polegającego na tym, że a jest tu neutralne względem b i b' oraz przy możliwym tu uogólnieniu $b' = 1/b$ na dowolne c. (Por. B.Bornstein. Geometrical logic. The structures of thought and space. Bibliotheca Universitatis Liberae polonae. Warszawa, 1939).]

